

4.211. Z talii 52 kart losujemy jednocześnie cztery karty. Oblicz prawdopodobieństwo, że wśród nich są dwa króle, jeśli wiadomo, że jest wśród nich co najmniej jeden as.

$$\Omega = \{ \omega : \omega = \{ \omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4 \} \wedge \omega_i \neq \omega_j \text{ dla } i \neq j \in \{1, \dots, 52\} \}$$

A - 4 królowe i 2 króla i 2 inne
 B - 4 królowe i 1 A i 2 i 1
 A ∩ B = (2 K i 1 A i 1) ∪ (2 K i 1 A)

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{\overline{4 \cdot 3 \cdot 2}}{\overline{52}}}{\frac{6}{\overline{52}}} = \frac{4 \cdot 3}{6} = \frac{2 \cdot 2}{\overline{3}}$$

$$\overline{3} = \frac{52}{3} = \binom{52}{3}$$

$$\overline{4 \cdot 3} = \binom{52}{4} - \binom{52}{3}$$

$$P(A/B) = \frac{\binom{52}{4} - \binom{52}{3}}{\binom{52}{3}}$$

4.224. Zestaw tematów egzaminacyjnych składa się z 25 tematów z analizy, 35 tematów z geometrii i n tematów z rachunku prawdopodobieństwa. Z zestawu usunięto losowo jeden temat, a następnie z pozostałych wybrano w sposób losowy jeden temat. Oblicz n , jeśli wiadomo, że prawdopodobieństwo wylosowania tematu z rachunku prawdopodobieństwa jest równe $\frac{7}{27}$.

Handwritten solution:

Tree diagram illustrating the probability calculation:

- Initial state: 25A, 35G, n P
- First draw (circled):
 - 25A (prob $\frac{25}{60+n}$)
 - 25A (prob $\frac{24}{59}$) → P (prob $\frac{n}{59}$)
 - 35G (prob $\frac{35}{59}$) → P (prob $\frac{n}{59}$)
 - 35G (prob $\frac{35}{60+n}$)
 - 25A (prob $\frac{25}{58}$) → P (prob $\frac{n}{58}$)
 - 35G (prob $\frac{34}{58}$) → P (prob $\frac{n}{58}$)
 - n P (prob $\frac{n}{60+n}$)
 - 25A (prob $\frac{25}{59}$) → P (prob $\frac{n-1}{59}$)
 - 35G (prob $\frac{35}{59}$) → P (prob $\frac{n-1}{59}$)

Final calculation:

$$P(P) = \frac{7}{27} = \frac{25}{60+n} \cdot \frac{n}{59+n} + \frac{25}{60+n} \cdot \frac{n}{59+n} + \frac{n}{60+n} \cdot \frac{n-1}{59+n}$$

Handwritten note: $n = 54$