

1.92. Na gąszi hiperboli o równaniu $y = \frac{8}{x}$, gdzie $x \in [0, \infty)$, wyznacz taki punkt P, którego odległość od punktu A(2, -2) jest najmniejsza.

$AB = \sqrt{(x-2)^2 + \left(\frac{8}{x}+2\right)^2}$
 $= \sqrt{x^2 - 4x + 4 + \frac{64}{x^2} + \frac{32}{x} + 4}$
 $|AB| \rightarrow \min \Leftrightarrow |AB|^2 \rightarrow \min \quad (h(x) = x^2 - 4x + 8 + \frac{64}{x^2} + \frac{32}{x})$
 $h'(x) = 2x - 4 - 128 \cdot \frac{1}{x^3} + 32 \cdot \frac{1}{x^2}$
 $h'(x) = 2x - 4 - \frac{128}{x^3} + \frac{32}{x^2} = 0$
 $\Leftrightarrow 2x^4 - 4x^3 - 128x + 32 = 0$
 $\Leftrightarrow x^4 - 2x^3 - 64x + 16 = 0$
 $\Leftrightarrow (x-2)(x^3 - x^2 - 64x + 16) = 0$
 $\Leftrightarrow (x-2)(x^2(x-1) - 64(x-1)) = 0$
 $\Leftrightarrow (x-2)(x^2 - 64) = 0$
 $\Leftrightarrow (x-2)(x-8)(x+8) = 0$
 $\Leftrightarrow x = 2, x = 8, x = -8$
 $x = 2 \Rightarrow y = \frac{8}{2} = 4$
 $P(2, 4)$

[illegible]

3.193. Rozpatrujemy odcinki równoległe do osi OY , których jeden koniec leży na wykresie funkcji $f(x) = -\sqrt{x}$, zaś drugi koniec na wykresie funkcji $g(x) = \frac{1}{x}$, gdzie $x \in (0, +\infty)$. Wykaż, że najkrótszy z tych odcinków ma długość $\frac{3}{2}\sqrt[3]{2}$.

3.194. Na hiperboli o równaniu $y = \frac{6}{x}$, gdzie $x \neq 0$, obrano punkty $A(2, 3)$ i $B(6, 1)$. Wyznacz na tej hiperboli taki punkt C o ujemnej odciętej, aby pole trójkąta ABC było najmniejsze.

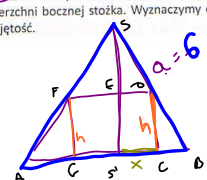
6.224. W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym o krawędzi bocznej mającej długość b , poprowadzono płaszczyznę zawierającą krawędź boczną i wysokość ostrosłupa. Wiedząc, że otrzymany przekrój ma największe pole powierzchni, oblicz długość krawędzi podstawy tego ostrosłupa.

ostrosłupa. Wiadząc, że otrzymany przekrój ma największą pole powierzchni, oblicz długość krawędzi podstawy tego ostrosłupa.

$D: x \in (0, b)$
 $P_f = x \cdot h$
 $b^2 = x^2 + h^2$
 $h^2 = b^2 - x^2$
 $h = \sqrt{b^2 - x^2}$
 $P_f(x) = x \cdot \sqrt{b^2 - x^2} = \sqrt{x^2 b^2 - x^4}$
 $-2\sqrt{5} = -\sqrt{5}$
 $\frac{d}{dx} [x \cdot \sqrt{x^2 b^2 - x^4}]$ jest maksymalne.

6.225. Przekrój osiowy stożka jest trójkątem równobocznym o polu równym $9\sqrt{3} \text{ cm}^2$. W ten stożek wpisujemy walec w taki sposób, że jedna podstawa walca jest zawarta w podstawie stożka, a okrąg drugiej podstawy walca jest zawarty w powierzchni bocznej stożka. Wyznaczmy objętość tego walca, który ma największą objętość.

$\frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$
 $a = 6$
 $a > 0$
 $a = 6$





$V_u = \pi x^2 \cdot h$
 $CO = \frac{6-x}{2}$

$\triangle CBO \sim \triangle S'BS$ (KKK)
 $\frac{CO}{S'O} = \frac{BO}{BS} = \frac{S'O}{S'S} \Leftrightarrow \frac{3-x}{3} = \frac{BO}{6} = \frac{h}{8\sqrt{3}}$

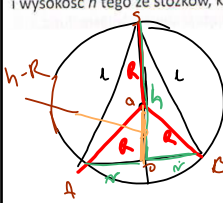
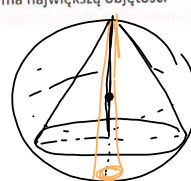
$h = 2\sqrt{3} - \sqrt{3}x \Rightarrow V_u = \pi x^2 (2\sqrt{3} - \sqrt{3}x) = \sqrt{3} \pi (-x^3 + 2x^2)$

$V(x) = \sqrt{3} \pi (-x^3 + 2x^2)$ (2P) (II): $x \in (0; 3)$

$V'(x) = \sqrt{3} \pi (-3x^2 + 4x) = \sqrt{3} \pi (-3x^2 + 4x)$

6.227. W kulę o promieniu R wpisujemy stożki. Wyznaczmy promień r podstawy i wysokość h tego ze stożków, który ma największą objętość.

$D: R$
 $S_L: \pi r h$

$OD =$
 $2 \triangle ODB \Rightarrow \frac{OD^2 + r^2}{(h-r)^2 + r^2} = R^2$
 $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$