

Zadanie 9: (0-4)
W czworoscianie, którego wszystkie krawędzie mają taką samą długość 6, umieszczono kulę tak, że ma ona dokładnie jeden punkt wspólny z każdą ścianą czworosciana. Płaszczyzna π , równoległa do podstawy tego czworosciana, dzieli go na dwie części: ostrosłup o objętości równej $\frac{8}{27}$ objętości dzielonego czworosciana i ostrosłup ścięty. Oblicz odległość środka S kuli od płaszczyzny π , tj. długość najkrótszego odcinka SP , gdzie P jest punktem płaszczyzny π .

$\frac{V_n}{V_o} = \frac{8}{27} = k^3 \Rightarrow k = \frac{2}{3}$
 $\frac{h_n}{h_A} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{h_n}{h_A} = \frac{2}{3}$
 $H = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
 $H = 2\sqrt{3}$
 $SP = \frac{2}{3}H = \frac{4}{3}\sqrt{3}$
 $R = \frac{1}{3}H = \frac{2}{3}\sqrt{3}$
 $OP = H - SP - R = \frac{1}{3}H - \frac{2}{3}H = -\frac{1}{3}H = -\frac{2}{3}\sqrt{3}$

$V_{ABCO} + V_{BCSO} + V_{ACSO} + V_{ABSO}$
 $\frac{1}{3}P_P \cdot R + \frac{1}{3}P_P \cdot R + \frac{1}{3}P_P \cdot R + \frac{1}{3}P_P \cdot R$
 $\frac{4}{3}P_P \cdot H$
 $4R = H$
 $R = \frac{1}{4}H$

$a+b+c=l$
 $P_{AOP} + P_{OCP} + P_{CAP} = P_{AOC}$
 $\frac{1}{2}bx + \frac{1}{2}ax + \frac{1}{2}c \cdot x = \frac{1}{2}h$
 $b+a+c = h$