

6.179. Pola powierzchni dwóch kul różnią się o $644\pi \text{ cm}^2$, a promień jednej z tych kul jest dłuższy od promienia drugiej kuli o 7 cm. Oblicz pola powierzchni obu kul.

$$4\pi(R+7)^2 - 4\pi R^2 = 644\pi \quad | :4\pi$$

$$R^2 + 14R + 49 - R^2 = 161$$

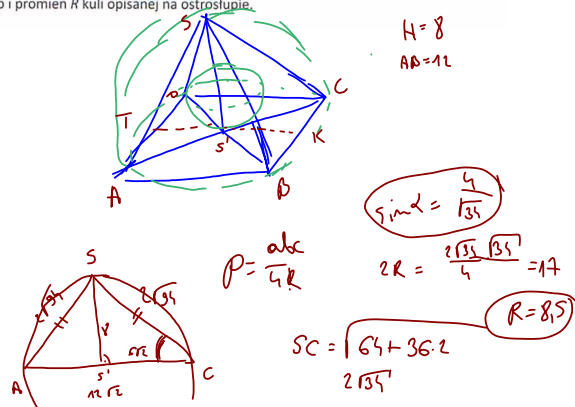
$$14R = 112$$

$$R = 8$$

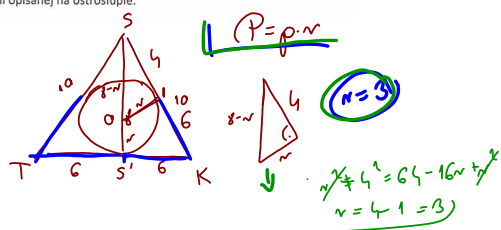
$$P_{\text{co}} = 4\pi \cdot 15^2 = 900\pi$$

$$P_{\text{cn}} = 4\pi \cdot 6^2 = 156\pi$$

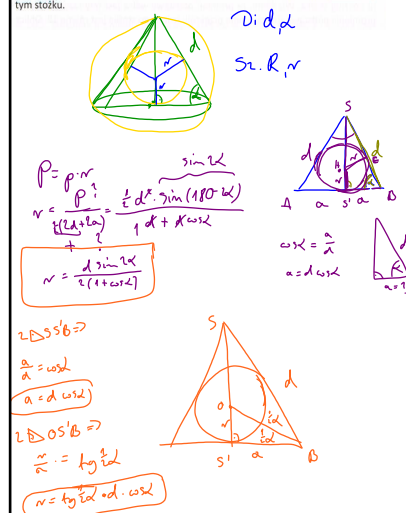
6.183. W czworokątnym ostrosłupie prawidłowym wysokość jest równa 8 cm, a krawędź podstawy ma długość 12 cm. Wyznacz promień r kuli wpisanej w ostrosłup i promień R kuli opisanej na ostrosłupie.



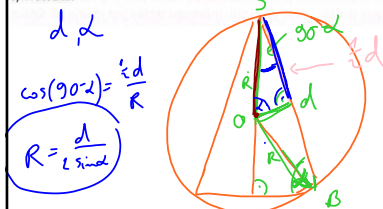
6.183. W czworokątnym ostrosłupie prawidłowym wysokość jest równa 8 cm, a krawędź podstawy ma długość 12 cm. Wyznacz promień r kuli wpisanej w ostrosłup i promień R kuli opisanej na ostrosłupie.



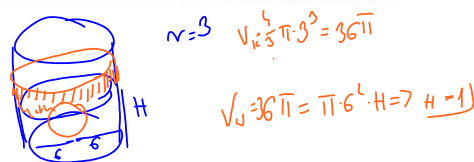
6.184. Tworząca stożka o długości d jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α . Wyznacz promień r kuli wpisanej w ten stożek i promień R kuli opisanej na tym stożku.



6.184. Tworząca stożka o długości d jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α . Wyznacz promień r kuli wpisanej w ten stożek i promień R kuli opisanej na tym stożku.



6.211. W naczyniu w kształcie walca częściowo wypełnionego wodą wrzucono kulę, która zanurzyła się całkowicie. Oblicz, o ile centymetrów wzrósł poziom wody w naczyniu, jeśli średnica podstawy naczynia ma 12 cm, a promień kulki jest równy 3 cm.



6.212. Kapsuła lądowiska ma kształt stożka zakończonych w podstawie półkulą o takim samym promieniu co promień podstawy stożka. Wysokość stożka jest cztery razy dłuższa niż promień półkuli. Wiedząc, że objętość kapsuły jest równa $\frac{2\pi}{27} \text{ m}^3$, oblicz największą długość odcinka SP , gdzie S oznacza wierzchołek stożka, a P – punkt należący do sfery danej półkuli.

$$V_S = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot 4r = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$V_{\text{ok}} = \frac{1}{6} \pi r^3$$

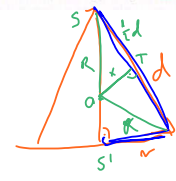
$$\frac{4}{3} \pi r^3 \cdot 4 + \frac{1}{6} \pi r^3 = \frac{2\pi}{27}$$

$$2\pi r^3 = \frac{2\pi}{27}$$

$$r = \frac{1}{3} \text{ m}$$

$$SP = 5r = \frac{5}{3} = 1,6\bar{6}$$


*6.217. Długość tworzącej stożka wynosi d , a promień podstawy jest równy R . Oblicz objętość kuli opisanej na tym stożku.



$$\triangle STO \sim \triangle SS'B$$

$$\frac{OT}{S'B} = \frac{SO}{SB} = \frac{S'O}{S'S}$$

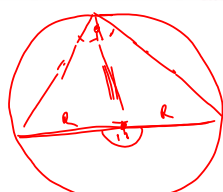
$$\frac{x}{R'} = \frac{R}{d} = \frac{\frac{d}{2}}{H} \Rightarrow \frac{R'}{d} = \frac{R}{2H} \Rightarrow R' = \frac{dR}{2H}$$

$$R'^2 = \frac{d^2}{2(d^2 - R^2)}$$

$$R = \frac{d^2}{(2 - \sqrt{d^2 - R^2})}$$

$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot \frac{d^3}{2\pi (d^2 - R^2)^{3/2}}$$

6.214. W kulę wpisano stożek, którego kąt rozwarcia jest prosty. Wyznacz stosunek objętości stożka do objętości kuli.



$$\frac{V_K}{V_S} = \frac{\frac{1}{3} \pi R^3}{\frac{1}{3} \pi r^2 H} = \frac{\frac{1}{3} \pi R^3}{\frac{1}{3} \pi R^3} = 1$$

6.222. Rozważ stożki o tworzącej mającej długość p .

- a) Napisz wzór i zbadaj przebieg zmienności funkcji opisującej objętość stożka w zależności od jego wysokości.
b) Wiedząc, że maksymalna objętość stożka jest równa $16\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$, oblicz długość tworzącej tego stożka.



$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 H$$

$$V(H) = \frac{1}{3} \pi (p^2 - H^2) H$$

$$H \in (0, p)$$

$$V(H) = -\frac{1}{3} \pi H^3 + \frac{1}{3} \pi p^2 H$$

$$V'(H) = -\pi H^2 + \frac{1}{3} \pi p^2$$

$$-\pi (H^2 - \frac{1}{3} p^2)$$

$$-\pi (H - \frac{\sqrt{3}}{2} p) (H + \frac{\sqrt{3}}{2} p)$$
