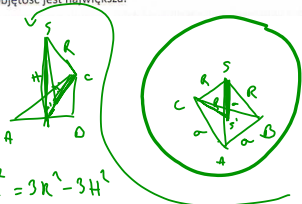


6.230. W kulę o promieniu r wpisujemy ostrosłup prawidłowe trójkątne w ten sposób, że wierzchołek ostrosłupa jest środkiem kuli, zaś wierzchołki podstawy należą do powierzchni kuli. Wyznacz długość krawędzi podstawy tego ostrosłupa, którego objętość jest największa.



$$V = \frac{1}{3} \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot H$$

$$2 \triangle C S S' \Rightarrow$$

$$R^2 = H^2 + \left(\frac{2}{3} \frac{a \sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$R^2 = H^2 + \frac{a^2}{3}$$

$$a^2 = 3R^2 - 3H^2$$

$$V = (R^2 - H^2) \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot H$$

$$V(H) = \frac{\sqrt{3}}{4} (-H^3 + R^2 H)$$

$$\textcircled{D}: H \in (0; R)$$

*6.261. Rozpatrujemy wszystkie stożki, których tworząca ma długość 6. Wyznacz objętość tego stożka, którego przekrój osiowy ma największe pole.



$$V = \frac{1}{3} P_p \cdot H = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot H$$

$$P = rH - m \cdot 4 \cdot 10^\circ$$

$$D: r, H \in (0; 6)$$

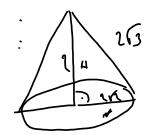
$$P = \frac{1}{2} 6^2 \cdot \sin \angle \quad \sin \angle \rightsquigarrow \angle \in (0, 180^\circ) \Rightarrow$$

$$\angle = 90^\circ \Rightarrow r = 6 \sqrt{2}$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot 9 \cdot 2 \cdot 6 \sqrt{2} = 18 \pi \sqrt{2}$$

$$V_{\max} \quad \boxed{H = r = 3\sqrt{2}}$$

6.262. Trójkąt prostokątny o przeciwprostokątnej mającej długość $2\sqrt{3}$ cm obraca się dookoła jednej z przyprostokątnych. Jaką długość powinny mieć przyprostokątne, aby objętość otrzymanej bryły była największa?



$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot H$$

$$H^2 + r^2 = 12$$

$$r^2 = 12 - H^2$$

$$V(H) = \frac{1}{3} \pi H \cdot (12 - H^2)$$

$$D_v: H \in (0, 2\sqrt{3})$$

$$V'(H) = \frac{1}{3} 12\pi - \frac{1}{3} \pi \cdot 3H^2 = 4\pi - \pi H^2 \stackrel{!}{=} 0$$

$$H = 2$$
