

6.265. Wśród walców wpisanych w kulę o promieniu 5 cm znajduje się taki, którego pole powierzchni bocznej jest największe. Oblicz objętość tego walca.

$D: \mathbb{R}$

$100 - 4r^2 = h^2$
 $h = \sqrt{100 - 4r^2}$
 $h = \sqrt{100 - 4r^2}$

$V = \pi r^2 \cdot h = \pi r^2 \cdot \sqrt{100 - 4r^2}$
 $P_b = 2\pi r \cdot h$

$P_b(r) = 2\pi r \sqrt{100 - 4r^2} = 4\pi r \sqrt{25 - r^2}$
 $f(r) = 25r^2 - r^4$
 $f'(r) = 50r - 4r^3$
 $f'(r) = -4r^3 + 50r$
 $r \in (0, 5)$
 $f'(r) = -4r^3 + 50r = 0$
 $r = \frac{5\sqrt{2}}{2}$
 $h = 5\sqrt{2}$
 $V =$

6.248. W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym kąt między krawędzią boczną a płaszczyzną podstawy jest równy α . Odległość spodku wysokości ostrosłupa od krawędzi bocznej wynosi d . Wykaż, że pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest równe $\frac{2d^2 \cdot \sqrt{\sin^2 \alpha + 1}}{\sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha}$.

$T: P_b = \frac{2d^2 \sqrt{\sin^2 \alpha + 1}}{\sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha}$

$D: P_b = 4 \cdot \frac{1}{2} a \cdot h = 2ah$
 $x = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a = \frac{d\sqrt{2}}{\sin \alpha}$

$2 \Delta S'EC \Rightarrow \sin \alpha = \frac{d}{x} \Rightarrow x = \frac{d}{\sin \alpha}$
 $2 \Delta SS'C \Rightarrow \tan \alpha = \frac{h}{x} \Rightarrow h = \tan \alpha \cdot \frac{d}{\sin \alpha} = \frac{d}{\cos \alpha}$

$h^2 = 4^2 + \left(\frac{d\sqrt{2}}{\sin \alpha}\right)^2$
 $h = \sqrt{\frac{d^2}{\cos^2 \alpha} + \frac{d^2}{\sin^2 \alpha}} = d \sqrt{\frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}}$
 $h = \frac{d \sqrt{1 + \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha \cos \alpha}$
 $P = 2 \cdot \frac{1 + \sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} \cdot \frac{d\sqrt{2}}{\sin \alpha}$