

427. R Stożek i walec mają równe tworzące, równe objętości i równe pola powierzchni bocznej. Oblicz kosinus kąta nachylenia tworzącej stożka do płaszczyzny podstawy.

$$V_s = \frac{1}{3} \pi r_s^2 \cdot h_s = \pi r_s^2 \cdot l$$

$$V_w = \pi r_w^2 \cdot h_w = \pi r_w^2 \cdot l$$

$$\frac{1}{3} \pi r_s^2 \cdot h_s = \pi r_w^2 \cdot l$$

$$\frac{1}{3} h_s = l$$

$$h_s = \frac{3}{2} l$$

$$\frac{3}{2} l = h_s$$

$$\cos \alpha = \frac{\frac{3}{2} l}{l} = \frac{3}{2}$$

$$P_b = \pi r_s l = 2 \pi r_s l$$

$$r_s = 2 r_w$$

$$\cos \alpha = \frac{\frac{3}{2} l}{l} = \frac{3}{2}$$

428. R Pole przekroju osiowego stożka jest $\pi\sqrt{3}$ razy mniejsze od pola powierzchni całkowitej. Wyznacz miarę kąta zawartego między tworzącą, a wysokością tego stożka.

Egzamin dojrzałości (LO – profil podstawowy) w woj. kroszeńskim w roku 1992

$$P_c = \pi r (1 + r)$$

$$P_b = \frac{1}{2} 2 r \cdot \sqrt{1 - r^2}$$

$$\frac{P_b}{P_c} = \frac{1}{\pi(1+r)} = \frac{\sqrt{1-r^2}}{\pi(1+r)}$$

$$\sin \alpha = \frac{r}{l} = x \in (0,1)$$

$$(1+r)^2 = 3(1-r^2)$$

$$2r = 2(1-r^2)$$

$$l^2 - l r - 2r^2 = 0$$

$$2x^2 + x - 1 = 0$$

$$(2x-1)(x+1) = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \vee x = -1 \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

429. R Tworząca stożka jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem o mierze α . Płaszczyzna prostopadła do wysokości stożka dzieli ten stożek na dwie bryły o równych polach powierzchni całkowitej. Oblicz stosunek objętości tych brył.

7. Cztery kule o jednakowym promieniu a są parami zewnętrznie styczne. Znajdź promień dwóch kul, z których każda jest styczna do wszystkich czterech kul.

5. Na czworoscianie foremnym opisano walec w ten sposób, że dwie krawędzie czworoscianu leżące na prostych skośnych są średnicami podstaw walca. Oblicz stosunek pola powierzchni sfery opisanej na walcu do pola powierzchni sfery wpisanej w czworoscian.