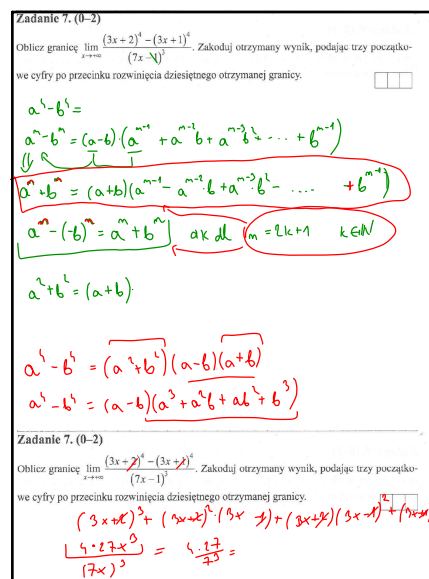
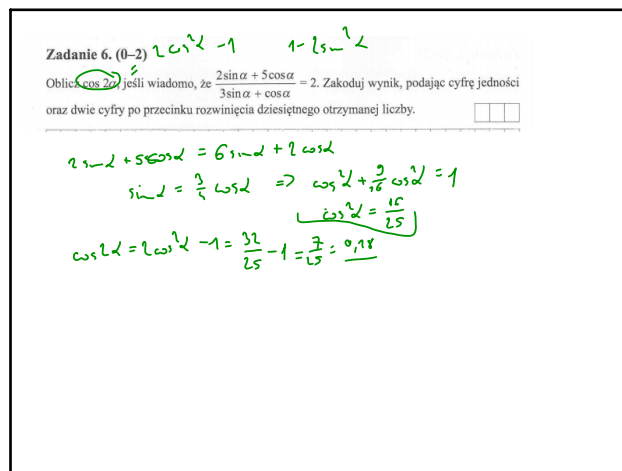
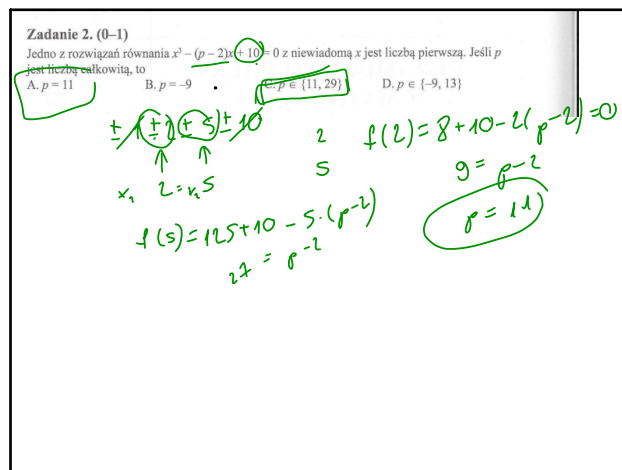




Zadanie 14. (0-4)
 W trapezie $ABCD$, $AB \parallel DC$ oraz $|AB| > |DC|$. Na podstawie DC wybrano punkt M w taki sposób, że $|DM| : |MC| = 9 : 16$. Prosta AM przecina przedłużenie ramienia BC w punkcie E . Punkt P jest punktem wspólnym przekątnej BD i odcinka AE (zobacz rysunek obok). Wykaż, że jeśli $|AP| = |ME|$, to $|PM| = \frac{1}{4}|AP|$.

$2: AP = ME$
 $7: PM = \frac{1}{4} AP$

$D: NIECH AP = ME = a$
 $MP = b$

$\triangle APE \sim \triangle MCE$ (kkk)
 $\Rightarrow \frac{AP}{ME} = \frac{PE}{CE} = \frac{AE}{CE}$

$\frac{AP}{ME} = \frac{a}{a} = 1$
 $\frac{PE}{CE} = 1 \Rightarrow PE = CE$
 $\frac{AE}{CE} = 1 \Rightarrow AE = CE$

$\triangle DMP \sim \triangle BAP \Rightarrow \frac{DP}{BP} = \frac{DM}{BA} = \frac{9}{16}$
 $\frac{DP}{BP} = \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{DP}{DP+BP} = \frac{9}{25} \Rightarrow \frac{DP}{DB} = \frac{9}{25}$
 $\frac{DP}{DB} = \frac{9}{25} \Rightarrow \frac{DP}{DB} = \frac{9}{25} \Rightarrow \frac{DP}{DB} = \frac{9}{25}$

$9a^2 = 36ab + 16b^2$
 $16b^2 + 36ab - 9a^2 = 0$
 $(b - \frac{1}{4}a)(16b + 36a) = 0$
 $b = \frac{1}{4}a \vee 16b = -36a \notin \mathbb{R}$

Zadanie 15. (0-5)
 Punkt $A(2, -3)$ jest środkiem symetrii wykresu funkcji homograficznej $f(x) = \frac{ax+12}{cx+d}$. Ponadto, wykres funkcji f przecina oś OT w punkcie o rzędnej -6 .

a) Oblicz współrzędne a, c, d .
 b) Wyznacz kąt nachylenia stycznej do wykresu funkcji f w punkcie o odciętej $x_0 = 2 + \sqrt{6}$.

$\frac{a}{c} = g = -3$
 $\frac{1}{c} = 2 \Rightarrow c = \frac{1}{2}$
 $(0, -6)$

$y = \frac{ax+b}{cx+d} \leftarrow cx+d \neq 0 \Rightarrow x \neq -\frac{d}{c}$
 $x = -\frac{d}{c}$ - as pie

$y = \lim_{x \rightarrow -\frac{d}{c}} = \frac{a}{c}$
 $P(-\frac{d}{c}, \frac{a}{c})$ - in sym. hiperb. -

$a = \tan \alpha = f'(x_0) = f'(2 + \sqrt{6}) = -1 \Rightarrow \alpha = 135^\circ$

$f'(x) = \frac{-6}{(x-2)^2} = \frac{-6}{(x-2)^2}$

Zadanie 16. (0-6)
 Przekątne AC i BD deltoidu $ABCD$ mają taką samą długość i zawierają się odpowiednio w prostych $k: 2x + y - 3 = 0$ oraz $l: x - (a+1)y + 4 = 0$. Proste k i l przecinają się w takim punkcie P , że $|DP| : |PB| = 1 : 3$. Wiedząc, że punkt D należy do osi OT , oblicz współrzędne wierzchołków A, B, C, D tego deltoidu.

Zadanie 16. $A(4, -1), B(8, 6), C(0, 7), D(0, 2)$

$k: 2x + y - 3 = 0$
 $l: x - (a+1)y + 4 = 0$
 $P(1, 5)$

$D(0, 2)$
 $P(1, 5)$
 $B(8, 6)$

$\vec{DP} = 3\vec{PB} \Rightarrow \vec{DP} = (1, 3) \Rightarrow \vec{PB} = (7, 3)$
 $\vec{P} + \vec{PB} = (8, 6) \Rightarrow \vec{B} = (8, 6)$

$\vec{PC} \perp \vec{DP} \wedge |\vec{PC}| = 2|\vec{DP}| \Rightarrow \vec{PC} = (-1, 4)$
 $\vec{P} + \vec{PC} = (0, 7) \Rightarrow \vec{C} = (0, 7)$

$\vec{P} = (1, 5)$
 $\vec{A} = \vec{P} + \vec{PA} = (1, 5) + (-1, -4) = (0, 1)$
 $\vec{B} = \vec{P} + \vec{PB} = (1, 5) + (7, 3) = (8, 8)$