

124. $\frac{\frac{a+x}{\sqrt{a^2-x^2}} + \frac{\sqrt[3]{a^2-x^2}}{\sqrt[3]{a^2-x^2}}}{\sqrt[3]{a^2-x^2}} - \sqrt{x} = 2 : \dots\dots$

$r_a = b$
 $r_x = y$

$$\frac{\frac{a+x}{a^{\frac{1}{2}}-x^{\frac{1}{2}}} + \frac{-x^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}}(x^{\frac{1}{2}}-a^{\frac{1}{2}})}{(a^{\frac{1}{2}}-x^{\frac{1}{2}})^2}}{a^{\frac{1}{2}}-x^{\frac{1}{2}}} - x^{\frac{1}{2}} =$$

$$\frac{(a^{\frac{1}{2}}+x^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}-a^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}+x^{\frac{1}{2}}) - x^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}}}{(a^{\frac{1}{2}}-x^{\frac{1}{2}})^2} \cdot \frac{1}{a^{\frac{1}{2}}-x^{\frac{1}{2}}} - x^{\frac{1}{2}} =$$

$$\frac{(a^{\frac{1}{2}}-x^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}+x^{\frac{1}{2}})}{(a^{\frac{1}{2}}-x^{\frac{1}{2}})^2} - x^{\frac{1}{2}} = \frac{(a^{\frac{1}{2}}-x^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}+x^{\frac{1}{2}})}{a^{\frac{1}{2}}-x^{\frac{1}{2}}} - x^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \sqrt{a} \quad \checkmark$$

34. $\frac{2(2ab)^{\frac{1}{2}}(a+2b)^{-1}}{\sqrt{a}-\sqrt{2b}} : \frac{\sqrt{2b}\sqrt{2ab}+\sqrt{2a^2b}}{\sqrt{2ab}} \left(-6\left(\frac{a}{6a-48b}-\frac{2b}{3a-6b}-\frac{8b^2}{a^2-10ab+16b^2}\right) \right) =$

$$\frac{2^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{a}a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{(a+b)(a^2-b^2)} \cdot \frac{(2^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}}+2^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}})}{2^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}}+2^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}})} = \frac{2^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}(a-b)(a+b)} =$$

$$\frac{2^{\frac{1}{2}}ab}{a^2-b^2}$$

$$-6\left(\frac{a}{6a-48b}-\frac{2b}{3a-6b}-\frac{8b^2}{a^2-10ab+16b^2}\right) =$$

$$-6\left(\frac{a-a-16a}{6(a-b)(a-16b)}-\frac{4ab+51b^2-48b^2}{3(a-b)(a-16b)}\right) = \frac{(a-16b)(a+16b)}{6(a-b)(a-16b)} =$$

$$= \frac{a+16b}{6(a-b)} = -\frac{a+16b}{a-16b}$$

$$\frac{4ab}{(a-16b)(a+16b)} - \frac{a+16b}{(a-16b)} = \frac{4ab-(a+16b)^2}{(a-16b)(a+16b)} = \frac{a^2-4b^2}{a^2-4b^2}$$

Zadanie 6.

Dana jest funkcja $f(x) = \frac{1}{x}$. Udowodnij, że jeżeli $a > 0, b > 0$ i $c > 0$, to

$$f(a+b) + f(a+c) + f(b+c) \leq f(2a) + f(2b) + f(2c).$$

Zadanie 7.

Udowodnij, że wyrażenie

$$\left| \frac{x-y}{x+y} + \frac{y-z}{y+z} + \frac{z-x}{z+x} \right|$$

gdzie x, y, z są długościami boków trójkąta, jest mniejsze od $\frac{1}{8}$.

Czy założenie, że x, y, z są długościami boków trójkąta, jest w tym zadaniu istotne?