

Zadanie 15. (0-4)
Zdarzenia A i B są podzbiarami przestrzeni Ω oraz $P(A) = p$ i $P(B) = q$, $p > 0$, $q > 0$.
Udowodnij, że $\frac{p+q-1}{a} \leq P(A/B) \leq \frac{p}{q}$.

$$\frac{P(A) + P(B) - 1}{P(B)} \leq \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \leq \frac{P(A)}{P(B)}$$

$$(P(A) + P(B) - P(A \cap B)) \leq 1 = P(\Omega)$$

$$P(A \cup B) \leq P(\Omega) \iff A \cup B \subset \Omega$$

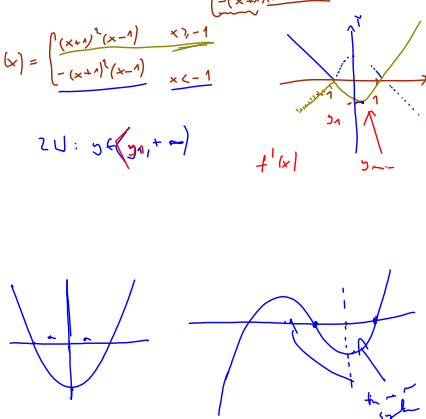
Wyznacz zbiór wartości funkcji f określonej wzorem $f(x) = |x^3 + x^2| - |x + 1|$.

$$f(x) = \underbrace{|x+1|}_{\text{abs}} \underbrace{(x^2-1)}_{\text{quad}} = \begin{cases} (x+1)(x+1)(x-1) & x+1 \geq 0 \\ -(x+1)(x+1)(x-1) & x+1 < 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)^2(x-1) & x \geq -1 \\ -(x+1)^2(x-1) & x < -1 \end{cases}$$

zu: $y \in (-\infty, -1)$

$f'(x)$

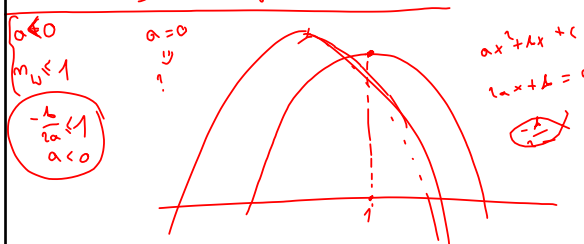


Zadanie 17. (0-7) **TN+ 18**
Ciąg $\{S_n\}$ sum częściowych pewnego ciągu $\{a_n\}$ określony jest dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ wzorem $S_n = (n^3 - 1)(1 - p)$, gdzie $p \in \mathbb{R}$. Wyznacz wszystkie wartości p , dla których ciąg $\{b_n\}$ o wyrazach określonych $b_n = a_n - p(n^2 - 1)$ jest malejący.

$\begin{aligned} & \text{kur } b_n = 0, a_n - 0_n = p(n-1)^2 + 1, p(n-1) = \\ & \quad \cdot a_{n-1} \cdot 0_n = f(2n-1) \quad \text{OK} \quad p_2 \quad p \\ & 0_n = S_n - (n^3 - 1) - (1-p) - ((n-1)^3 - 1) \cdot (1-p) \\ & (1-p) \left(n^3 - n^2 + 3n - 1 \right) \\ & a_{n+1} = (3n^2 - 3n + 1) + (1-p) \\ & \quad (3n^2 + 3n + 1 - 3n - 1) \cdot (1-p) = (3n^2 + 3n + 1) \cdot (1-p) \\ & X = (1-p) \left(3n^2 + 3n - 3n - 1 \right) - p(1+n) \\ & = (1-p) \left(n^2 - 1 \right) - p = 6n - 1 - p < 0 \\ & \boxed{n \geq 1} \quad * \quad n(C-1)p / (C-1)p > 0 \\ & \quad \boxed{n < C/p} \quad p \\ & \text{iii} \\ & n(C-1)p / (C-1)p < 0 \\ & \begin{cases} n > C/p \\ n < C/p \end{cases} \quad \frac{p}{C-1} < 1 \\ & \quad \quad \quad p < C-1 \\ & \quad \quad \quad p \geq \frac{C}{C-1} \\ & \quad \quad \quad \boxed{p \geq \frac{C}{C-1}} \wedge C/p < 0 \\ & \quad \quad \quad p \geq \frac{C}{C-1} \\ & n(C-1)p < 0 \\ & \quad \quad \quad p \geq \frac{C}{C-1} \quad \text{OK}
\end{aligned}$

Zadanie 17. (0-1) Ciąg (S_n) sum częściowych pewnego ciągu (a_n) określony jest dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ wzorem $S_n = (n^3 - 1)(1 - p)$, gdzie $p \in \mathbb{R}$. Wyznacz wszystkie wartości p , dla których ciąg (b_n) o wyrazie ogólnym $b_n = a_n - p(n^2 + 1)$ jest malejący.

$$b_m = (3 - 4p)m^2 + (3p - 3)m + 1 - 2p$$



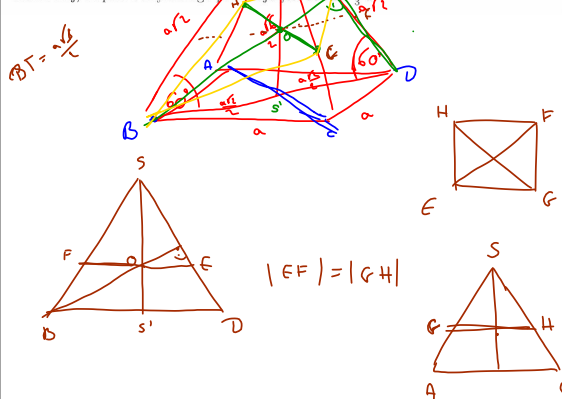
Zadanie 15. (0-4)
Udowodnij, że jeżeli $2k - a < 0$, to $2k^3 - a^3 < 5ak^2 - 4a^2k$.

[illegible]

Zadanie 11. (0–5)

Zadanie 11. (0–5)

Krawędzie boczne ostrosłupa prawidłowego czworokątnego $ABCD S$ nachylone są do płaszczyzny jego podstawy $ABCD$ pod kątem α mierząc 60° . Długość krawędzi podstawy jest równa a . Ostrosłup przecięto płaszczyzną przechodzącą przez wierzchołek B , równoległą do przekątnej AC i prostopadłą do krawędzi bocznej przeciwległej wierzchołkowi B . Udowodnij, że pole otrzymanego przekroju jest równe $\frac{1}{2}a^2$.



TNT 18

Zadanie 12. (0-3)

Dane są dwa punkty $A = (-1, 0)$ i $B = (1, 0)$. Udowodnij, że zbiór punktów P spełniających warunek $|AP| = 2 \cdot |BP|$ jest okręgiem.

TNT 18

Zadanie 14. (0-4)

Udowodnij, że jeśli $a + b > 0$, to $4(a^3 + b^3) \geq (a + b)^3$.