

$$ax^2 + bx + c \quad a \neq 0$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c \leftarrow p.o.g.$$

$$f(x) = a(x - p)^2 + q \quad W(p, q)$$

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2) \Leftrightarrow \Delta \geq 0$$

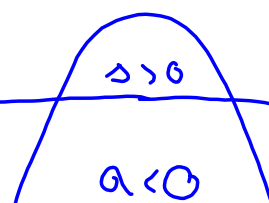
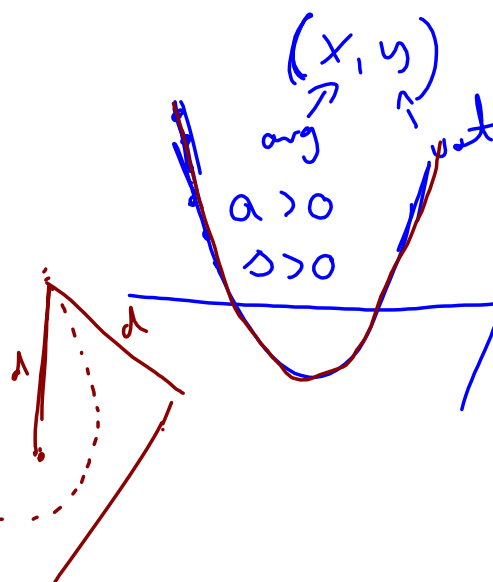
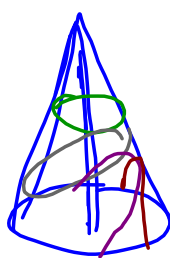
$$\Delta = 0$$

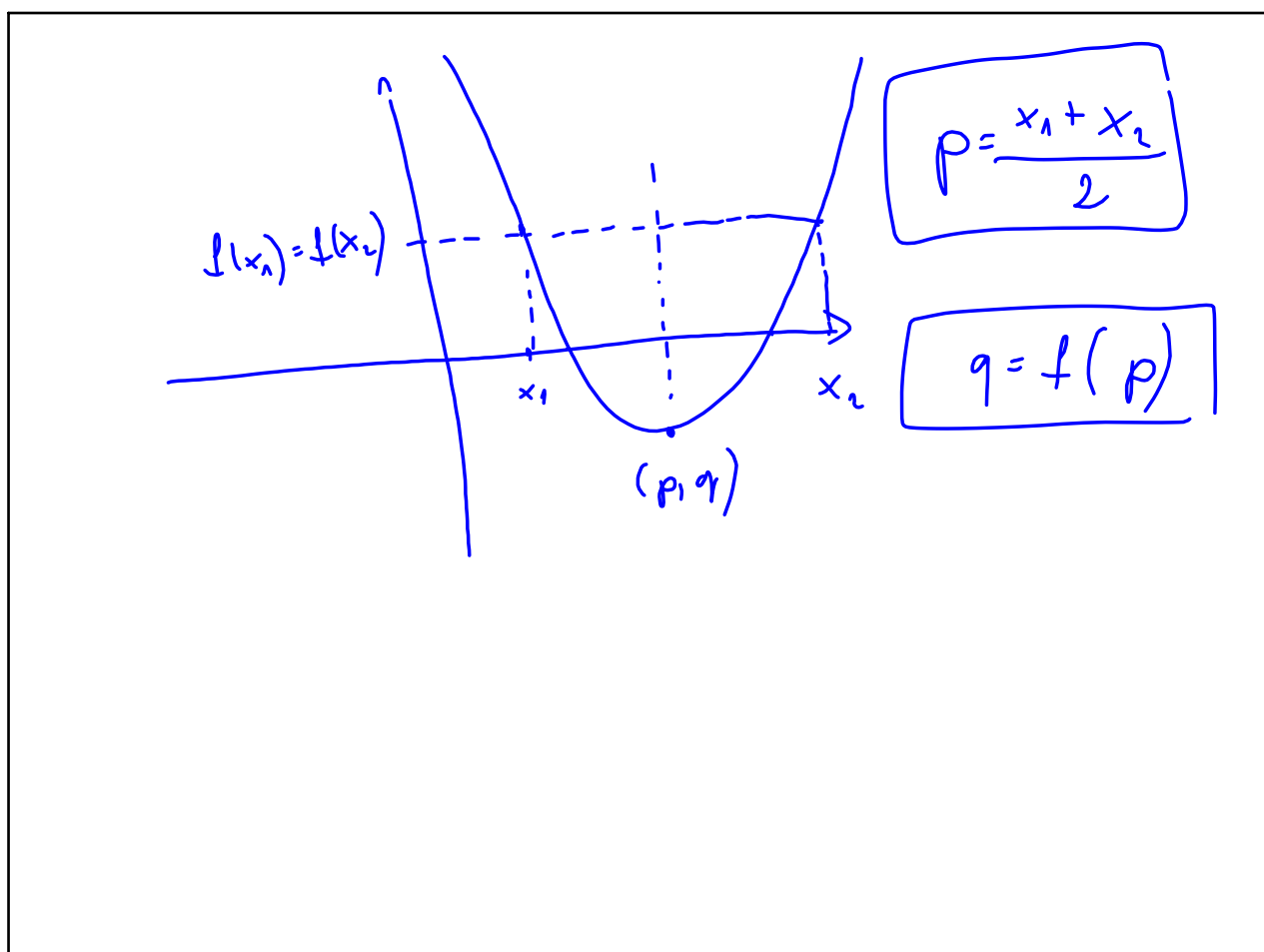
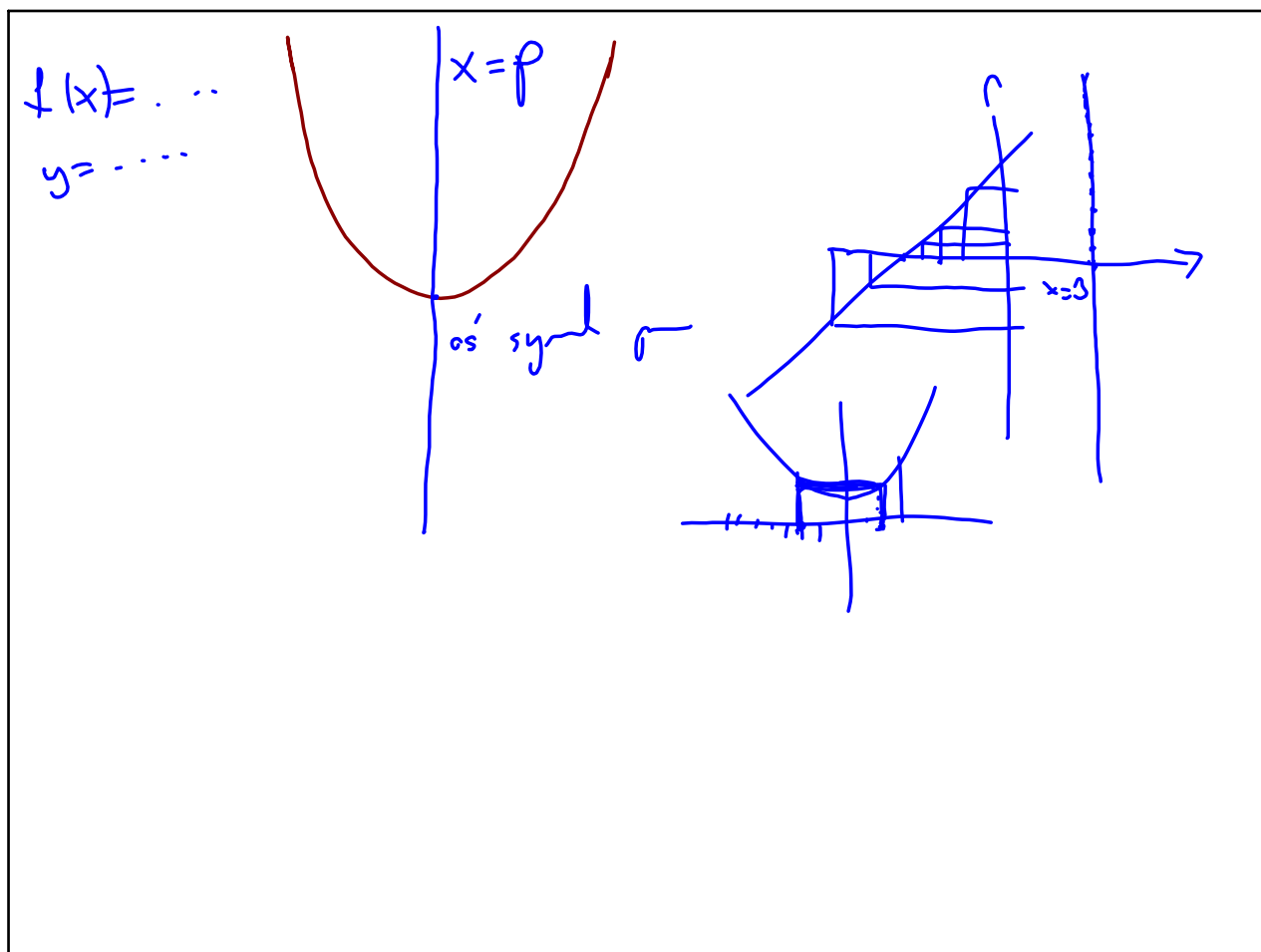
$$f(x) = a(x - \underline{x_1})(x - \underline{x_1}) = a(x - \underline{x_1})^2$$

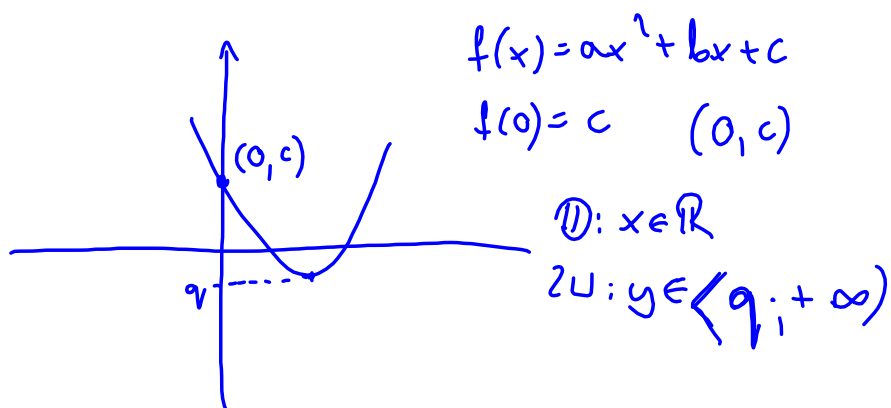
$$f(x) = a(x - p)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$



$f(x)$







2.36. Wyznacz zbiór wartości funkcji kwadratowej f , jeśli:

a) $f(x) = x^2 + 10x + 17$

b) $f(x) = -x^2 - 6x - 19$

c) $f(x) = 2x^2 + 12x + 12$

d) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 4x + 12$

$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 4x + 12 =$

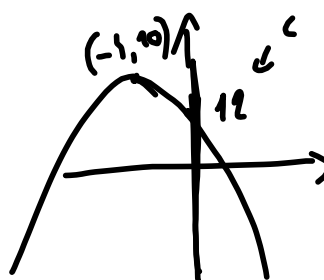
$a(x-p)^2 + q$

$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 4x + 12 =$
 $-\frac{1}{2}(x^2 + 8x) + 12 = -\frac{1}{2}(x^2 + 8x + 16 - 16) + 12$
 $= -\frac{1}{2}[(x+4)^2 - 16] + 12$

$f(x) = -\frac{1}{2}(x+4)^2 + 20$

$a =$
 $p =$
 $q =$

$\mathbb{ZU}: y \in (-\infty, 20]$



c) $f(x) = 2x^2 + 12x + 12$ $f(x) = 2(x+3)^2 - 6$

$\mathbb{D}: x \in \mathbb{R}$

2.1. $y \in$

$n_{1,2} = (-3 \pm \sqrt{3}, 0)$

$f(x) = 2(x+3+\sqrt{3})(x+3-\sqrt{3})$

$2(x-x_1)(x-x_2)$ $x_1 = -3-\sqrt{3}$ $x_2 = -3+\sqrt{3}$

3) 1. $y = 0 \Rightarrow x \in \{-3-\sqrt{3}; -3+\sqrt{3}\}$

$x \in (-\infty; -3) \Rightarrow f \searrow$

$x \in (-3; +\infty) \Rightarrow f \nearrow$

$x \in (-\infty; x_1) \Rightarrow f \nearrow$

$x \in (x_1; x_2) \Rightarrow f \searrow$

$x \in (x_2; +\infty) \Rightarrow f \nearrow$

$f(x_1) = f(x_2)$

$x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$

$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$

$y = 2^x$

$2^{x_1} = 2^{x_2}$

$\Downarrow (\mathbb{R})$

$x_1 = x_2$

$2^{x_1} = 2^{x_2}$

$2^{x^2-5x} = 2^{-6}$

$\Downarrow$

$x^2 - 5x = -6$

$x^2 - 5x + 6 = 0$

$(x-2)(x-3) = 0$

$x^2 = 4$

$x^2 = 2^2$

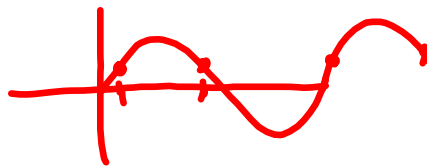
$x = 2 \vee x = -2$

$\frac{1}{2} \cdot 6$

$2 \cdot 3$

$$\sin 30^\circ = \sin x$$

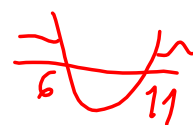
$$\cancel{30^\circ} = \cancel{x}$$



1. $x^2 - 17x + 66 > 0$ ←
2. $3x^2 - 15x + 12 < 0$
3. $-4x^2 + 64x - 252 \leq 0$
4. $4x^2 - 52x + 88 \geq 0$
5. $-2x^2 + 34x - 144 > 0$
6. $-3x^2 - 3x - 9 \geq 0$
7. $4x^2 + 52x + 160 \leq 0$
8. $3x^2 - 30x + 63 \geq 0$
9. $3x^2 - 42x + 135 \geq 0$
10. $3x^2 - 33x + 72 \geq 0$
11. $-x^2 - x - 1 \leq 0$
12. $-2x^2 - 2x - 4 \geq 0$
13. $-4x^2 - 72x - 320 \geq 0$
14. $-4x^2 - 4x - 16 \geq 0$
15. $-2x^2 + 20x - 42 \leq 0$

53. $x^2 + 9x + 20 < 0$
54. $4x^2 + 76x + 360 \geq 0$
55. $-x^2 - 12x - 11 \leq 0$
56. $2x^2 - 24x + 70 < 0$
57. $2x^2 - 24x + 64 \leq 0$
58. $-3x^2 - 3x - 9 < 0$
59. $-4x^2 - 4x - 16 < 0$
60. $2x^2 + 16x + 14 \geq 0$
61. $5x^2 + 65x + 150 \leq 0$
62. $-4x^2 + 32x - 28 > 0$
63. $3x^2 + 3x + 9 \leq 0$
64. $5x^2 + 65x + 210 > 0$
65. $-x^2 + 12x - 32 < 0$
66. $2x^2 - 34x + 132 \leq 0$
67. $5x^2 + 35x + 30 \geq 0$

105. $-2x^2 + 12x - 16 \leq 0$
106. $2x^2 + 28x + 96 \leq 0$
107. $2x^2 + 16x + 32 \geq 0$
108. $-x^2 - x - 1 < 0$
109. $-2x^2 + 20x - 42 < 0$
110. $x^2 + 14x + 48 \leq 0$
111. $-2x^2 + 10x - 12 \leq 0$
112. $3x^2 + 27x + 24 \geq 0$
113. $4x^2 + 4x + 16 < 0$
114. $-2x^2 - 28x - 90 \leq 0$
115. $-2x^2 + 24x - 70 \leq 0$
116. $-3x^2 - 39x - 108 \geq 0$
117. $-2x^2 - 2x - 4 \geq 0$
118. $-2x^2 - 2x - 4 \leq 0$
119. $2x^2 + 2x + 4 \geq 0$



$$1) \quad 3(x^2 - 5x + 4) < 0$$

$$3(x-1)(x-4) < 0$$

3.60. **3.63.** Osią symetrii paraboli, będącej wykresem funkcji kwadratowej $f(x) = 3x^2 + bx + c$, jest prosta o równaniu $x = -2$. Wiedząc, że najmniejsza wartość funkcji f jest równa -4 , oblicz współczynniki b i c .

Odp. $b = 12, c = 8$

3.61. **3.64.** Napisz wzór funkcji kwadratowej f w postaci ogólnej wiedząc, że przyjmuje ona wartości dodatnie wtedy i tylko wtedy, gdy $x \in (-8, -2)$, a największa wartość tej funkcji jest równa $2\frac{1}{4}$.

Odp. $f(x) = -0,25x^2 - 2,5x - 4$

3.62. **3.65.** Napisz wzór funkcji kwadratowej f w postaci ogólnej jeśli wiadomo, że funkcja ta przyjmuje wartości ujemne wtedy i tylko wtedy, gdy $x \in (-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$, a do jej wykresu należy punkt $A(1, 12)$.

Odp. $f(x) = -2x^2 + 2x + 12$

3.63. **3.66.** Napisz wzór funkcji kwadratowej f w postaci ogólnej wiedząc, że do wykresu tej funkcji należy punkt $P(-1, 1)$, zbiorem wartości funkcji f jest przedział $(-\infty, 4)$, a maksymalny przedział, w którym funkcja f jest malejąca, to $(-2, +\infty)$.

Odp. $f(x) = -3x^2 - 12x - 8$

3.64. **3.67.** Napisz wzór funkcji kwadratowej f w postaci ogólnej wiedząc, że dla argumentu 3 funkcja f przyjmuje najmniejszą wartość, równą -2 , a jednym z miejsc zerowych tej funkcji jest liczba 1.

Odp. $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 2\frac{1}{2}$

3.65. **3.68.** Funkcja kwadratowa f ma tylko jedno miejsce zerowe. Wyznacz wzór funkcji kwadratowej f w postaci ogólnej wiedząc, że prosta o równaniu $x - 5 = 0$ jest osią symetrii wykresu tej funkcji, a punkt $A(2, -1\frac{4}{5})$ należy do tego wykresu.

Odp. $f(x) = \frac{1}{5}x^2 + 2x - 5$

3.66. **3.69.** Zbiorem wartości funkcji kwadratowej f jest przedział $(-2, +\infty)$. Wykres funkcji f przecina oś OY w punkcie o rzędnej 30. Napisz wzór tej funkcji w postaci ogólnej wiedząc, że suma jej miejsc zerowych jest równa 16.

Odp. $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 8x + 30$

$$\underline{a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)}$$

3.67. **3.70.** Zbiorem wartości funkcji kwadratowej f jest przedział $(-\infty, 162]$. Wykres funkcji f przecina oś OY w punkcie $B(0, 90)$, a osią symetrii tego wykresu jest prosta o równaniu $x = 6$. Napisz wzór funkcji f w postaci ogólnej.

Odp. $f(x) = -2x^2 + 24x + 90$

3.68. **3.71.** Jednym z miejsc zerowych funkcji kwadratowej f jest liczba 4, a najmniejsza wartość tej funkcji jest równa $-144,5$. Napisz wzór funkcji kwadratowej f w postaci ogólnej wiedząc, że maksymalny przedział, w którym funkcja jest rosnąca to $(-13, +\infty)$.

Odp. $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 13x - 60$

3.69. **3.72.** Punkt $A(-6, 8)$ należy do wykresu tej funkcji kwadratowej f . Wyznacz wzór funkcji f w postaci ogólnej wiedząc, że $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R} - \{-2\}$.

Odp. $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 2$

3.70. **3.73.** Wyznacz wzór funkcji kwadratowej f w postaci iloczynowej wiedząc, że prosta o równaniu $y = 90$ przecina wykres tej funkcji w punktach o odciętych -5 oraz -1 , zaś największa wartość tej funkcji jest równa 98 .

Odp. $f(x) = -2(x-4)(x+10)$

3.71. **3.74.** Wyznacz wzór funkcji kwadratowej f w postaci iloczynowej wiedząc, że suma jej miejsc zerowych jest równa 3 , zbiorem wartości funkcji f jest przedział $(-6\frac{3}{4}, +\infty)$, a wykres tej funkcji przecina oś OY w punkcie o rzędnej -6 .

Odp. $f(x) = \frac{1}{3}(x-6)(x+3)$

3.72. **3.75.** Funkcja kwadratowa f przyjmuje wartości nie większe od 18 wtedy i tylko wtedy, gdy $x \in (-\infty, 0] \cup [6, +\infty)$. Wyznacz wzór tej funkcji w postaci ogólnej wiedząc, że wierzchołek paraboli będącej wykresem tej funkcji należy do prostej o równaniu $y = 24$.

Odp. $f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + 4x + 18$

$\boxed{\frac{0}{5}} = 0$ ~~$\boxed{\frac{5}{0}}$~~ FUJ ~~$\frac{5}{0}$~~

$\boxed{\frac{0}{a} = 0 \quad a \neq 0}$ $0 = \frac{-0}{5a} = \frac{0}{5a} = 0$