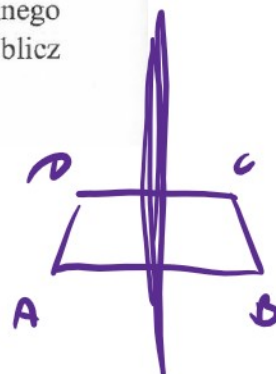
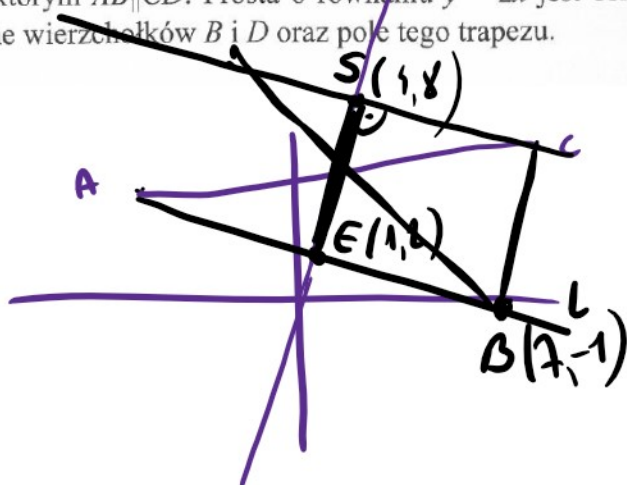


Zadanie 7.4. [matura, czerwiec 2011, zad. 8. (5 pkt)]

Punkty $A = (-5, 5)$, $C = (8, 6)$ są przeciwległymi wierzchołkami trapezu równoramiennego $ABCD$, w którym $AB \parallel CD$. Prosta o równaniu $y = 2x$ jest osią symetrii tego trapezu. Oblicz współrzędne wierzchołków B i D oraz pole tego trapezu.



$$1) L \perp K$$

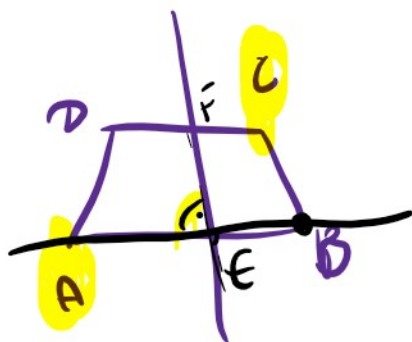
$$A \in L$$

$$L: y = -\frac{1}{2}(x+5) + 5 = -\frac{1}{2}x + 2\frac{1}{2}$$

$$2) S \in K \cap L$$

$$\begin{cases} y = 2x \\ y = -\frac{1}{2}x + 2\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\boxed{x = 1}$$



$$S = \left(\frac{x_B + x_D}{2}, \frac{y_B + y_D}{2} \right) = (1, 2)$$

$$m: \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 10 \\ y = 2x \end{cases}$$

$$(4, 8) =$$

$$x = 4 \quad y = 8$$

Zadanie 7.19. [matura, maj 2017, zad. 3. (5 pkt)]

Wyznacz równanie okręgu przechodzącego przez punkty $A = (-5, 3)$ i $B = (0, 6)$, którego środek leży na prostej o równaniu $x - 3y + 1 = 0$.

$$S(a, b) \quad r > 0$$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

$$a, b, r = ?$$

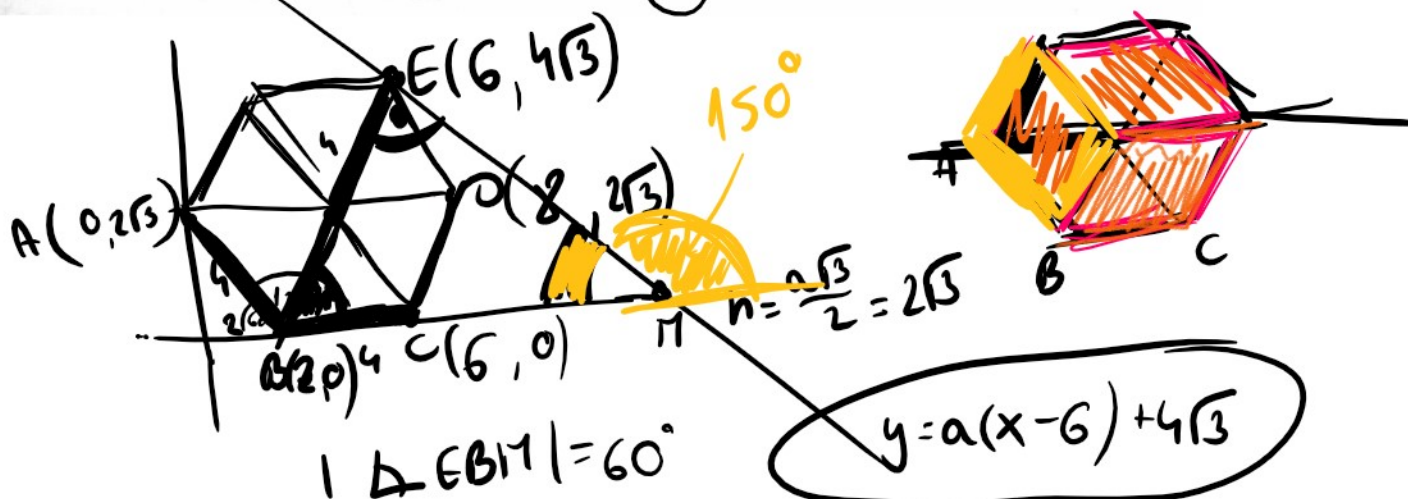
$$S \in x - 3y + 1 = 0$$

$$\Rightarrow a = 3b - 1$$

$$\begin{cases} (4+3b)^2 + (3-b)^2 = r^2 \\ (1-3b)^2 + (6-b)^2 = r^2 \end{cases}$$

Zadanie 7.8. [matura, maj 2014, zad. 8. (4 pkt)]

Punkty A, B, C, D, E, F są kolejnymi wierzchołkami sześciokąta foremnego, przy czym $A = (0, 2\sqrt{3})$, $B = (2, 0)$, a C leży na osi Ox . Wyznacz równanie stycznej do okręgu opisanego na tym sześciokącie przechodzącej przez wierzchołek E .



a
 $\frac{1}{4}$
 $\tan 150^\circ =$
 $\tan(180^\circ - 30^\circ)$
 $\tan(180^\circ - 30^\circ) = -\tan 30^\circ$
 $-\tan 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$
 $a = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

$y = ax + b$
 $a = \tan \alpha$
 $\alpha = 150^\circ$
 $a = \tan 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\frac{\sqrt{3}}{3}$

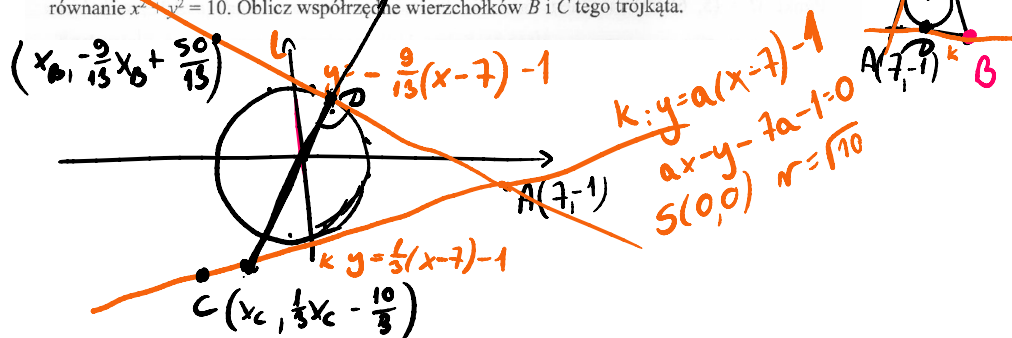
$$x_c < 0$$

$$y_c < 0$$

$$C \in III \text{ ćw}$$

Zadanie 7.22. [matura, maj 2018, zad. 14. (6 pkt)]

Punkt $A = (7, -1)$ jest wierzchołkiem trójkąta równoramiennego ABC , w którym $|AC| = |BC|$. Obie współrzędne wierzchołka C są liczbami ujemnymi. Okrąg wpisany w trójkąt ABC ma równanie $x^2 + y^2 = 10$. Oblicz współrzędne wierzchołków B i C tego trójkąta.



$$\sqrt{10} = \frac{|-7a-1|}{\sqrt{a^2+1}}$$

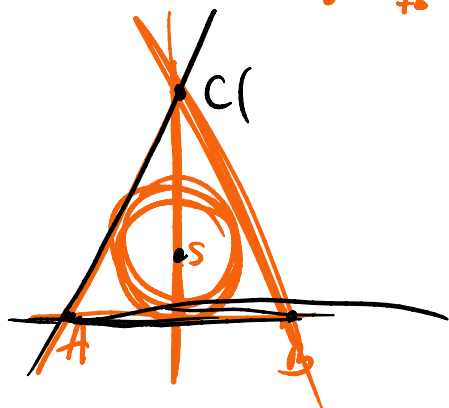
$$\sqrt{10a^2+10} = |7a+1|$$

$$10a^2+10 = 49a^2+14a+1$$

$$39a^2+14a-9=0$$

$$a_1 = -\frac{54}{78} = -\frac{27}{39} = -\frac{9}{13}$$

$$a_2 = \frac{26}{78} = \frac{1}{3}$$



$$m \perp l \Rightarrow y = \frac{13}{9}(x-0)+0$$

$$C \in \boxed{y = \frac{13}{9}x}$$

$$y = \frac{13}{9}x$$

$$\frac{13}{9}x_c = \frac{1}{3}x_c - \frac{10}{3}$$

$$\frac{10}{9}x_c = -\frac{10}{3}$$

$$\boxed{x_c = -3}$$

$$y_c = -\frac{13}{3}$$

$$C(-3; -\frac{13}{3})$$

Zadanie 7.24. [matura, czerwiec 2018, zad. 13. (5 pkt)]

Wierzchołki A i B trójkąta prostokątnego ABC leżą na osi Oy układu współrzędnych. Okrąg wpisany w ten trójkąt jest styczny do boków AB , BC i CA w punktach – odpowiednio – $P = (0, 10)$, $Q = (8, 6)$ i $R = (9, 13)$. Oblicz współrzędne wierzchołków A , B i C tego trójkąta.

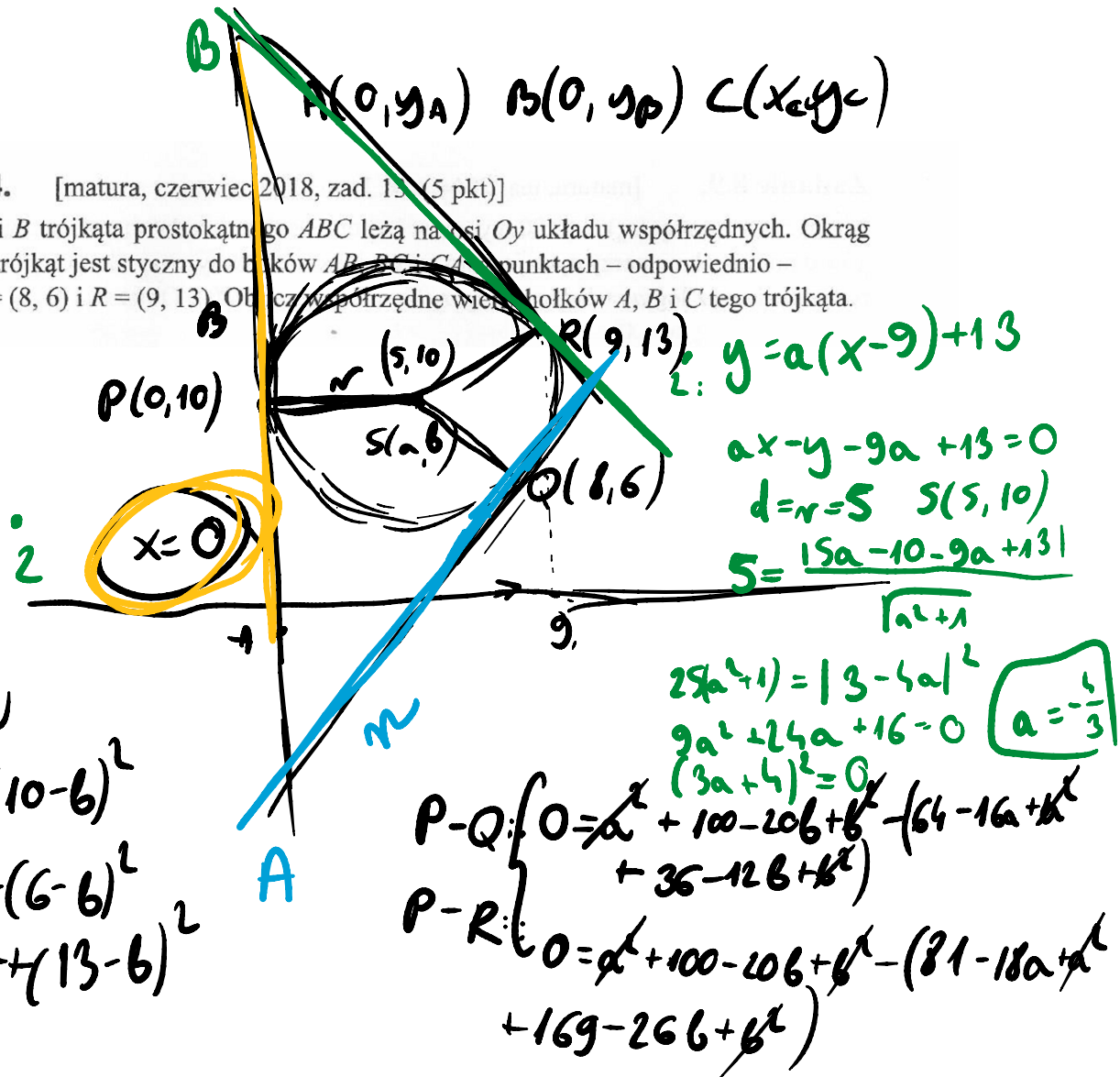
U
P

$$\begin{aligned} x_2 &= -\frac{1}{3} \\ y_2 &= -\frac{13}{3} \end{aligned}$$

$$4 - 5 + \sqrt{3}$$

Zadanie 7.24. [matura, czerwiec 2018, zad. 13 (5 pkt)]

Wierzchołki A i B trójkąta prostokątnego ABC leżą na osi Oy układu współrzędnych. Okrąg wpisany w ten trójkąt jest styczny do boków AB , BC i CA w punktach – odpowiednio – $P = (0, 10)$, $Q = (8, 6)$ i $R = (9, 13)$. Oblicz współrzędne wierzchołków A , B i C tego trójkąta.



$$\begin{aligned} r^2 &= (0-a)^2 + (10-b)^2 \\ r^2 &= (8-a)^2 + (6-b)^2 \\ r^2 &= (9-a)^2 + (13-b)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 100 - 20b - 64 + 16a - 36 + 12b = 0 \\ 100 - 20b - 81 + 18a - 169 + 26b = 0 \end{cases}$$

$$b = 2a$$

$$6b + 18a - 150 = 0$$

$$b + 3a - 25 = 0$$

$$\begin{aligned} 5a &= 25 \\ a &= 5 \\ b &= 10 \end{aligned}$$

$$r = \sqrt{(0-a)^2 + (10-b)^2} = \sqrt{5^2 + 0^2} = 5 > 0$$