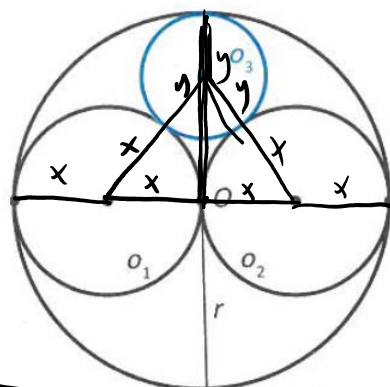


D 4.76. Na rysunku obok dwa przystające okręgi o_1 i o_2 są styczne zewnętrznie w punkcie O i jednocześnie styczne wewnętrznie do okręgu $o(O, r)$. Wykaż, że okrąg o_3 , styczny zewnętrznie do okręgów o_1, o_2 i jednocześnie styczny wewnętrznie do okręgu $o(O, r)$, ma promień równy $\frac{r}{3}$.



$$(x+y)^2 = x^2 + (r-y)^2$$

$$x^2 + 2xy + y^2 = x^2 + r^2 - 2ry + y^2$$

$$2xy = -2yr + r^2$$

$$2 \cdot \frac{r}{2} y = -2yr + r^2$$

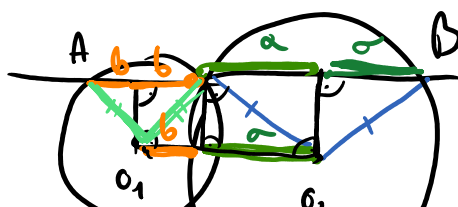
$$ry = -2yr + r^2$$

$$3ry = r^2 \quad / : r > 0$$

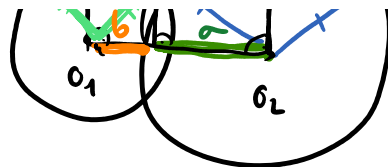
$$3y = r$$

$$y = \frac{1}{3} r \quad \text{end.}$$

D 4.77. Przez punkt wspólny dwóch przecinających się okręgów o środkach O_1 i O_2 poprowadzono sieczną równoległą do prostej O_1O_2 . Przecięła ona jeden okrąg w punkcie A , natomiast drugi – w punkcie B . Wykaż, że $|O_1O_2| = \frac{1}{2}|AB|$.



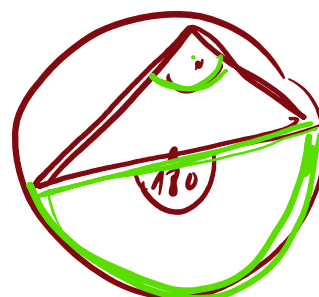
!



TU 1



TU 2

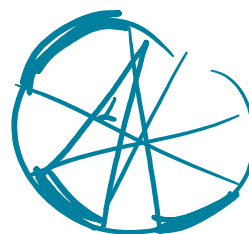


TW 2

Kąt wpisany oparty na półokręgu jest kątem prostym

TW 3

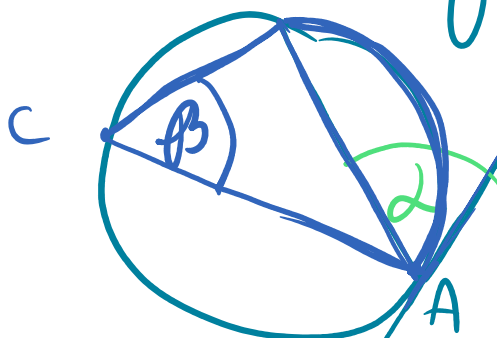
Kąty wpisane w okrąg oparte na łukach tej samej długości są równe.



Kąt dopisany

TU.

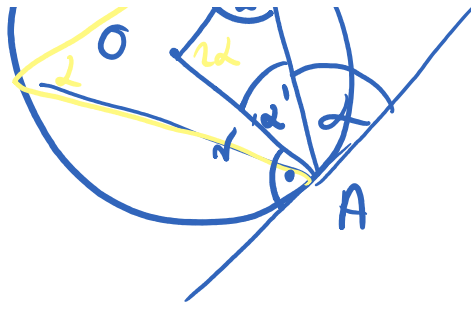
T: $\beta = \alpha$



α - kąt dopisany



$\angle AOB$
 $\Downarrow$



↓

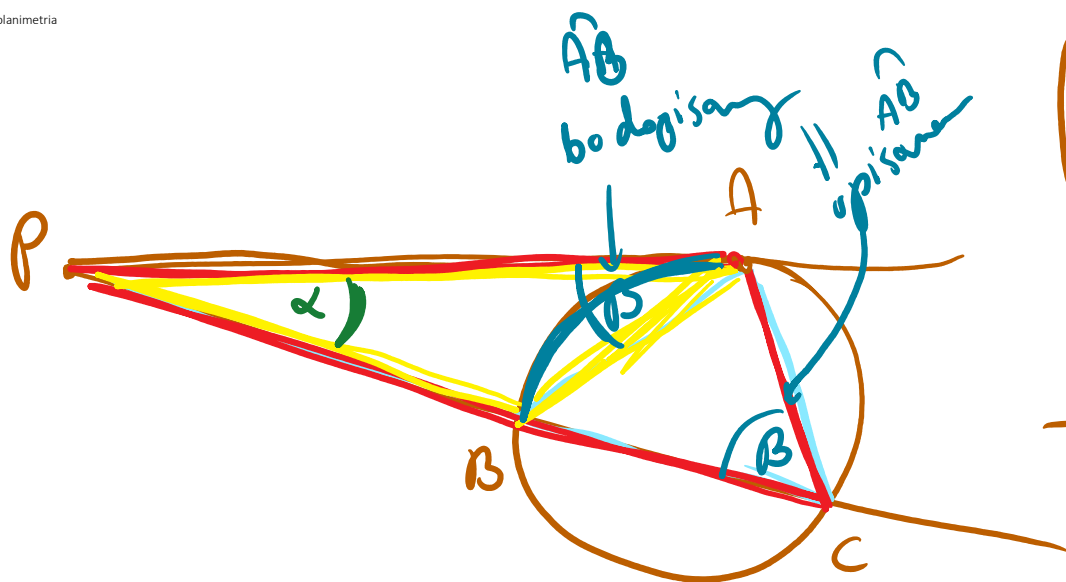
$$\begin{aligned}
 |\angle AOB| &= 180^\circ - 2\alpha' = \\
 &= 180^\circ - 2(90^\circ - \alpha) = 180^\circ - 180^\circ + \\
 &= 2\alpha
 \end{aligned}$$

$$|\angle AOB| = 2\alpha - \text{but similarly opposite to } \widehat{AB} \Rightarrow$$

$$|\angle ACB| = \alpha \quad (\text{to } \widehat{AB})$$

c.m.d.

Id



TL osienny (i stywny)

$$T: PA^2 = PB \cdot PC$$

$\triangle APC$
 α
 β

$\triangle APB$
 α
 β

$$TEZA \Leftrightarrow PA^2 = PB \cdot PC \quad | : PA > 0$$

$$PA = \frac{PB \cdot PC}{PA} \quad | : PC > 0$$

$$\boxed{\frac{PA}{PC} = \frac{PB}{PA}}$$

MAMY WYKAZAĆ TAKĄ RÓWNOŚĆ

$$\triangle \widehat{PAB} \sim \triangle \widehat{PCA} \text{ (KKK)} \Rightarrow \boxed{\frac{PA}{PC} = \frac{PB}{PA}} = \frac{AB}{CA}$$

$$\boxed{PA^2 = PB \cdot PC} \text{ cnd}$$

1
2
3

PC

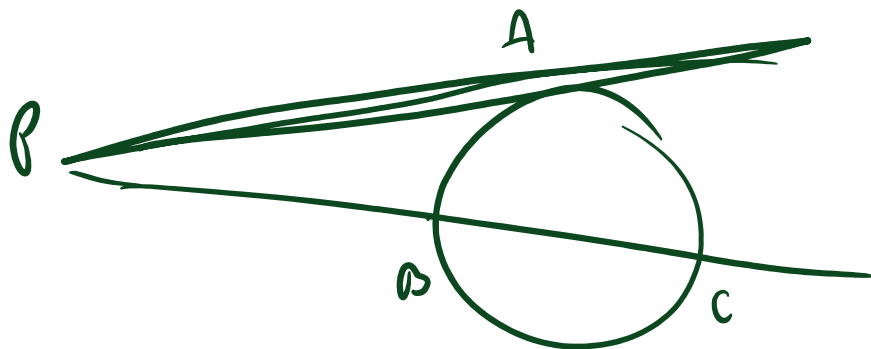
DB

2

3

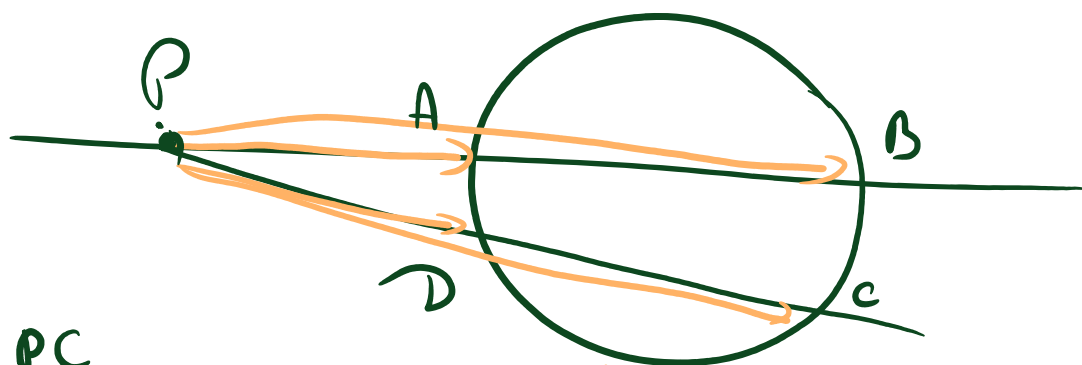
4

5

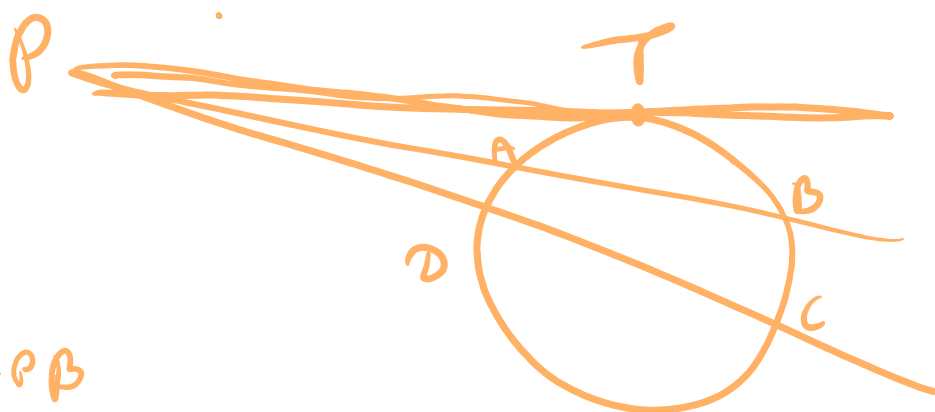


$$\underline{PA^2 = PB \cdot PC}$$

Tu o dwóch siecznych



$$PA \cdot PB = PD \cdot PC$$



UWAGA!

$$PT^2 = PA \cdot PB$$

$$PT^2 = PD \cdot PC$$

$\Rightarrow$

$PA \cdot PB = PD \cdot PC$

$$PT^2 = PD \cdot PC \Rightarrow \underline{PA \cdot PB = PD \cdot PC} \text{ cnd/}$$