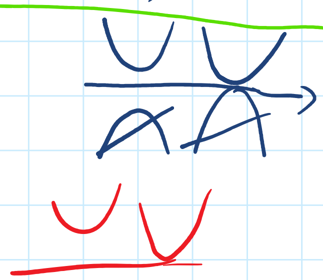
46. Wyznacz wszystkie wartości parametru a, $a \in \mathbb{R}$, dla których dziedziną funkcji $y=\sqrt{(a^2-1)x^2+2(a-1)x+2}$ jest zbiór liczb rzeczywistych $\mathbb{R}$. = ⅅ

$\mathbb{D}: x \in \mathbb{R}$

Zał: $(a^2-1)x^2+2(a-1)x+2 \geq 0$

cała f-cja ma być nad lub na osi



brak miejsc zer. $\Leftrightarrow \Delta_x < 0$ lub 1 m. zer. $\Leftrightarrow \Delta_x = 0$

I. f. kw.
$$\begin{cases} a_x > 0 \\ \Delta_x \geq 0 \end{cases}$$

II. f. lin.

$a_x = 0 \Rightarrow a^2-1=0 \Leftrightarrow a=1 \vee \boxed{a=-1} \Rightarrow 0\cdot x^2-4x+2\geq 0$

$\boxed{x \leq \frac{1}{2}} \Rightarrow \mathbb{D}: x \in (-\infty, \frac{1}{2}\rangle$ $\mathbb{R}$ ≠

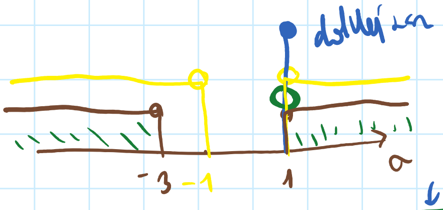
$0\cdot x^2+0\cdot x+2 \geq 0 \Rightarrow a=1$ spełnia warunki zadania

$y=\sqrt{2}$ ← f. stała $\mathbb{D}: x \in \mathbb{R}$

II do odpowiedzi musimy dołączyć $\boxed{a=1}$ nie wolno $\boxed{a=-1}$

$y=\sqrt{\underbrace{(a^2-1)}_{a_x}x^2+\underbrace{2(a-1)}_{b_x}x+\underbrace{2}_{c_x}}$

$$\begin{cases} a_x > 0 \\ \Delta_x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \in (-\infty,-1)\cup(1,+\infty) \\ a \in (-\infty,-3\rangle \cup \langle 1,+\infty) \end{cases} \Rightarrow$$



dołączamy

$: a \in (-\infty,-3\rangle \cup (1,+\infty)$ $\cup \{1\}$

odp. $a \in (-\infty,-3\rangle \cup \langle 1,+\infty)$

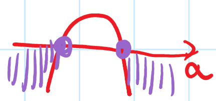
ad 2) $\Delta_x = 4(a-1)^2-8(a^2-1) = -4a^2-8a+12 = -4(a^2+2a-3)$

$\Delta_x \leq 0 \Leftrightarrow -4(a^2+2a-3) \leq 0$

$-4(a+3)(a-1) \leq 0$

$a_1=-3 \quad a_2=1$

$-3+1 \quad -2$
$3\cdot(-1) \quad 2 \quad$ ok



ad 1) $a_x > 0 \Leftrightarrow a^2-1>0$

$(a-1)(a+1)>0$
$1 \quad -1$

$a \in (-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

36 2022-02-09 powtórzenie funkcja kwadratowa

środa, 9 lutego 2022 07:20

Zadanie 1.7. [matura, maj 2012, zad. 4. (6 pkt)]

Oblicz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $x^2-(m+2)x+m+4=0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1, x_2 takie, że $x_1^4+x_2^4=4m^3+6m^2-32m+12$.

odp $x \in \{-\sqrt{14}; \sqrt{14}\}$

$x^2-(m+2)x+m+4=0$ $\quad a=1 \quad b=-(m+2) \quad c=4$

$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$

$x_1 \cdot x_2=\frac{c}{a}$

$x_2 \neq x_1$

$$\begin{cases} 1)\ a \neq 0 \\ 2)\ \Delta_x > 0 \\ 3)\ x_1^4+x_2^4=4m^3+6m^2-32m+12 \end{cases} \iff \begin{cases} m \in \mathbb{R} \\ m \in (-\infty, -\sqrt{12}) \cup (\sqrt{12}, +\infty) \\ m \in \{-\sqrt{14}; \sqrt{14}\} \in \text{ad } 2) \end{cases}$$

$x^2-(m+2)x+m+4=0$

ad 3) $x_1^4+x_2^4=(x_1^2+x_2^2)^2-2x_1^2x_2^2=[(x_1+x_2)^2-2x_1x_2]^2-2(x_1x_2)^2=$

$=\left[\left(-\frac{b}{a}\right)^2-2\frac{c}{a}\right]^2-2\left(\frac{c}{a}\right)^2 \overset{a=1}{=\!=} [b^2-2c]^2-2c^2=$

$[(m+2)^2-2(m+4)]^2-2(m+4)^2=[m^2+2m-4]^2-2m^2-16m-32$

$m^4+4m^2+16+4m^3-8m^2-16m-2m^2-16m-32=$

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$ $\qquad m^4+4m^3-6m^2-32m-16$

$m^4+\cancel{4m^3}-6m^2-\cancel{32m}-16=\cancel{4m^3}+6m^2-\cancel{32m}+12$

$\underbrace{m^4}_{t^2}\underbrace{-12m^2}_{+}\underbrace{m^2}_{t}\underbrace{-28}_{\cdot}=0$ $\qquad (m^2-14)(m^2+2)=0$

$(m-\sqrt{14})(m+\sqrt{14})(m^2+2)=0$

$m_1=\sqrt{14} \quad m_2=-\sqrt{14}$

$t=14 \lor t=-2$

$m^2=14 \qquad \cancel{m^2=-2}$

ma 2 sposoby dokończenia zad.

I $\Delta_x>0$ ....

II $m=\sqrt{14} \Rightarrow \Delta_x$?

$m=-\sqrt{14} \Rightarrow \Delta_x$? NIE DZIAŁA

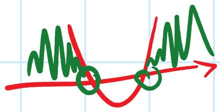
$x^2-(m+2)x+m+4=0$

$\Delta_x=b^2-4ac=(m+2)^2-4(m+4)=m^2+4m+4-4m-16=m^2-12$

$\Delta_x = b^2 - 4ac = (m+2)^2 - 4(m+4) = m^2 + 4m + 4 - 4m - 16 = m^2 - 12$

$\Delta_x > 0 \iff m^2 - 12 > 0$ $\boxed{N.KU.}$

$(m - \sqrt{12})(m + \sqrt{12}) > 0$



$m \in (-\infty; -2\sqrt{3}) \cup (2\sqrt{3}; +\infty)$

Zadanie 1.24. [matura, maj 2018, zad. 12. (6 pkt)]
Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $x^2 + (m+1)x - m^2 + 1 = 0$ ma dwa rozwiązania rzeczywiste x_1 i x_2 ($x_1 \neq x_2$), spełniające warunek $x_1^3 + x_2^3 > -7x_1x_2$.

$a = 1$

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ $\quad b = m+1$

$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ $\quad c = -m^2+1$

$\boxed{x_1 + x_2 = -m-1}$

$\boxed{x_1 \cdot x_2 = -m^2+1}$

$x^2 + (m+1)x - m^2 + 1 = 0 \qquad m = ?$

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 & (2) \\ x_1^3 + x_2^3 > -7x_1x_2 & (3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in \mathbb{R} \\ \\ \\ \end{cases}$$

$\Updownarrow$

ad 3 $\quad \underbrace{x_1^3 + x_2^3 + 7x_1x_2}_{L} > 0$

$x_1^2 + x_2^2 = (x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2$

$L = (x_1+x_2)(\underbrace{x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2}_{FUJ}) + 7x_1x_2 = (x_1+x_2)\left((x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 - x_1x_2\right) + 7x_1x_2 =$

$(-m-1)\left((-m-1)^2 - 3(-m^2+1)\right) + 7\cdot(-m^2+1) = (-m-1)(m^2+2m+1+3m^2-3) - 7m^2+7 =$

$= (-m-1)(4m^2+2m-2) - 7m^2+7 = -4m^3 - 2m^2 + 2m - 4m^2 - 2m + 2 - 7m^2 + 7 =$

$\boxed{= -4m^3 - 13m^2 + 9 > 0}$

dla $m = -1 \quad L(-1) = 0 \quad \Rightarrow \quad (m+1)(-4m^2 - 9m + 9) > 0$

$-4m^2$

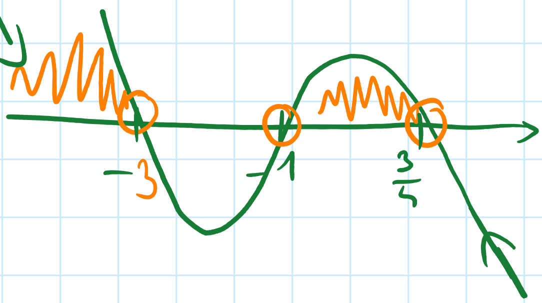
$\Updownarrow$

$(m+1)(-4m^2 - 9m + 9) > 0$

$\Delta_m = 81 + 4\cdot4\cdot9 = 9(9+16) = 9\cdot25 \qquad \sqrt{\Delta} = 3\cdot5 = 15$

$m_1 = \frac{9-15}{-8} = \frac{-6}{-8} = \frac{3}{4} \qquad m_2 = -3$

$a = -4 < 0$



$a = -4 < 0$

$m \in (-\infty, -3) \cup \left(-1, \frac{3}{4}\right)$

7-8	01.12.2021	...
9-10	15.12.2021	...
11-12	05.01.2022	...
13-14	02.02.2022	...
15-16	16.02.2022	...
17-18	02.03.2022	...
19-20	16.03.2022	...
21-22	30.03.2022	...
23-24	13.04.2022	...
25-26	27.04.2022	...
27-28	25.05.2022	...
29-30	08.06.2022	...