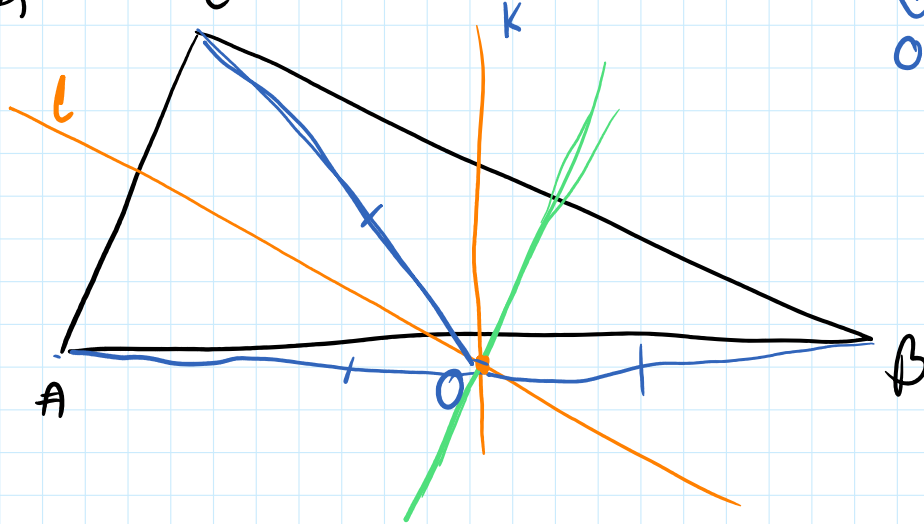
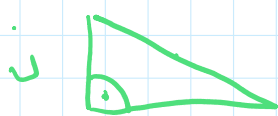


T.W.

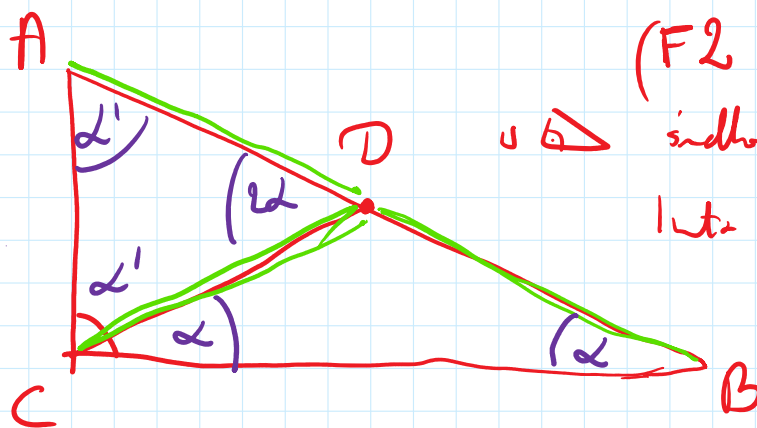
1) mek: l - symetralna AC
 k , symetralna $\overline{AB} \Rightarrow |\overline{OA}| = |\overline{OC}| = |\overline{OB}|$
 $\Downarrow$
 $O \in m$ - symetralna $\overline{CB}$


WAZNY WLOS EK

 Δ symetralne przeciętych są w punkcie O .

 Δ symetralne przeciętych są w punkcie O .
 $\alpha > 90^\circ$ ma sensowny Δ .T.W. o środkiem w Δ

$$\alpha + \alpha' = 90^\circ$$

$$\alpha' = 90^\circ - \alpha$$



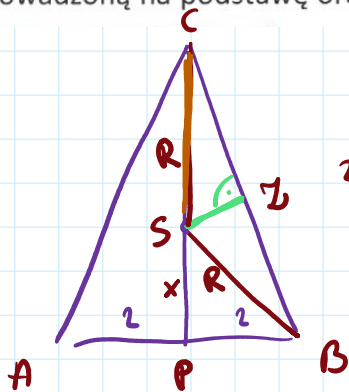
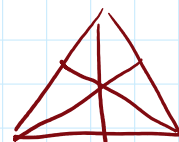
(F2 MIZIA)

 Δ symetralne przeciętych są w punkcie O .
 Właściwość: ma długi
 nie są przedzielnymi.

 D - środek $\overline{AB}$, D - środek okręgu opisanego na Δ

$$|CD| = |DB| = |DA| = R - \text{promien} \quad (\sphericalangle)$$

4.136. Podstawa trójkąta równoramiennego ostrokątnego ma długość 4. Promień okręgu opisanego na tym trójkącie jest równy $3\frac{1}{3}$. Oblicz wysokość h tego trójkąta poprowadzoną na podstawę oraz odległość d środka okręgu od ramion.



$$R = 3\frac{1}{3}$$

$$h = ?$$

$$\Delta SPB \xrightarrow{\text{Pyt.}} x^2 + 2^2 = \left(3\frac{1}{3}\right)^2$$

$$x^2 = 3\frac{1}{3}^2 - 2^2 = \left(3\frac{1}{3} - 2\right)\left(3\frac{1}{3} + 2\right)$$

$$x^2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{16}{3}$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$$x > 0$$

$$P_{CBS} = \frac{1}{2} |CS| \cdot |PB|$$

$$h = R + x$$

$$h = 3\frac{1}{3} + 1\frac{2}{3} = 5$$

$$Z - \text{śr}(\overline{BC})$$

$$|\overline{CB}| = 2\sqrt{10} \Rightarrow |CZ| = \sqrt{10}$$

$$\Delta PBC \Rightarrow 2^2 + 6^2 = CB^2 = 40 = 2 \cdot 10$$

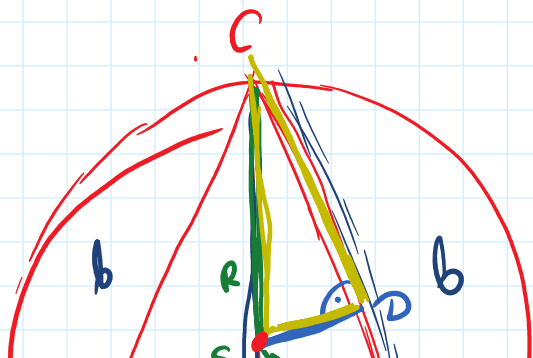
$$\Delta SZC$$

$$2^2 + (\sqrt{10})^2 = \left(3\frac{1}{3}\right)^2$$

$$\text{spr. II}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 3\frac{1}{3} \cdot 2 = 3\frac{1}{3} = \frac{1}{2} \cdot |ZS| \cdot 2\sqrt{10}$$

$$\frac{10}{3\sqrt{10}} = |ZS| \Rightarrow \frac{\sqrt{10}}{3}$$

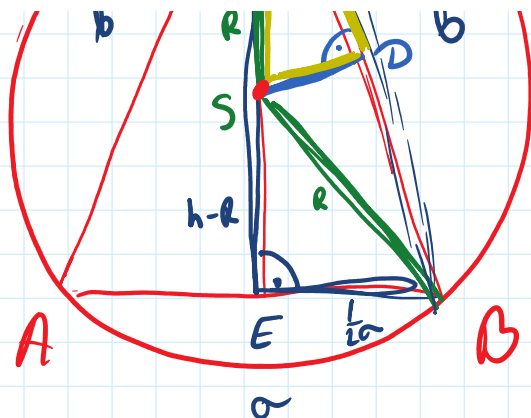


ΔSCB jest równoramienny

$$|SB| = |SC|$$

$$\Downarrow$$

$$SD \perp CB \Leftrightarrow |CD| = |DB|$$



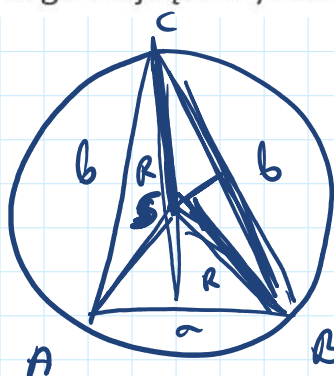
$$SD \perp CB \Leftrightarrow |CD| = |DB|$$

$$\triangle CDS \sim \triangle CEB \quad (KKK)$$

$$\frac{CD}{CE} = \frac{CS}{CB} = \frac{DS}{EB}$$

$$\frac{\frac{1}{2}b}{h} = \frac{R}{b} = \frac{|DS|}{\frac{1}{2}a}$$

D 4.134. Wykaż, że jeśli promień okręgu opisanego na trójkącie równoramiennym jest równy długości ramion tego trójkąta, to stosunek długości ramienia do długości podstawy tego trójkąta wynosi $1:\sqrt{3}$.

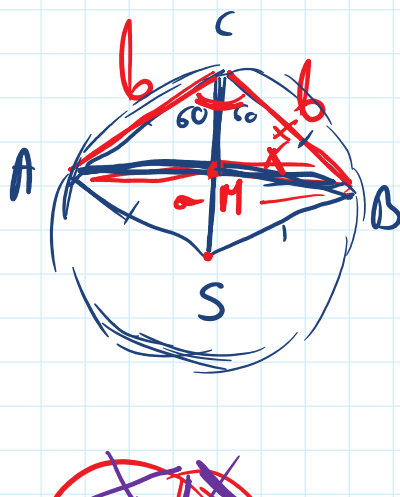


$$Z: R = b$$

$$T: \frac{b}{a} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$D: 2\alpha \Rightarrow \triangle BCS \text{ równob.}$$

$$AB =$$



$$CH = \frac{1}{2}R$$

$$\frac{b}{a} =$$

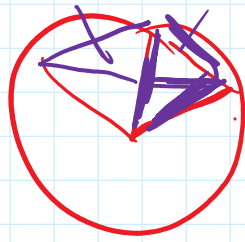
$$x^2 + \left(\frac{1}{2}R\right)^2 = b^2$$

$$x^2 = R^2 - \frac{R^2}{4} = \frac{3R^2}{4}$$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{2}R$$

$$2x = \sqrt{3}R$$

2B Strona 5

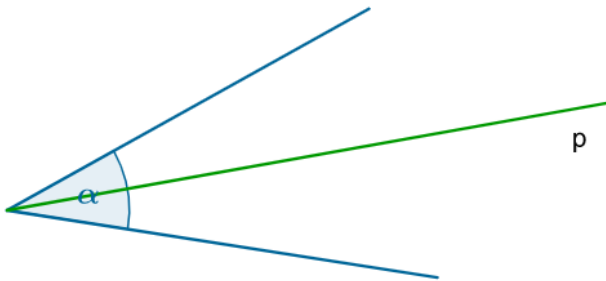


$$r = \frac{\sqrt{3}}{2} R$$

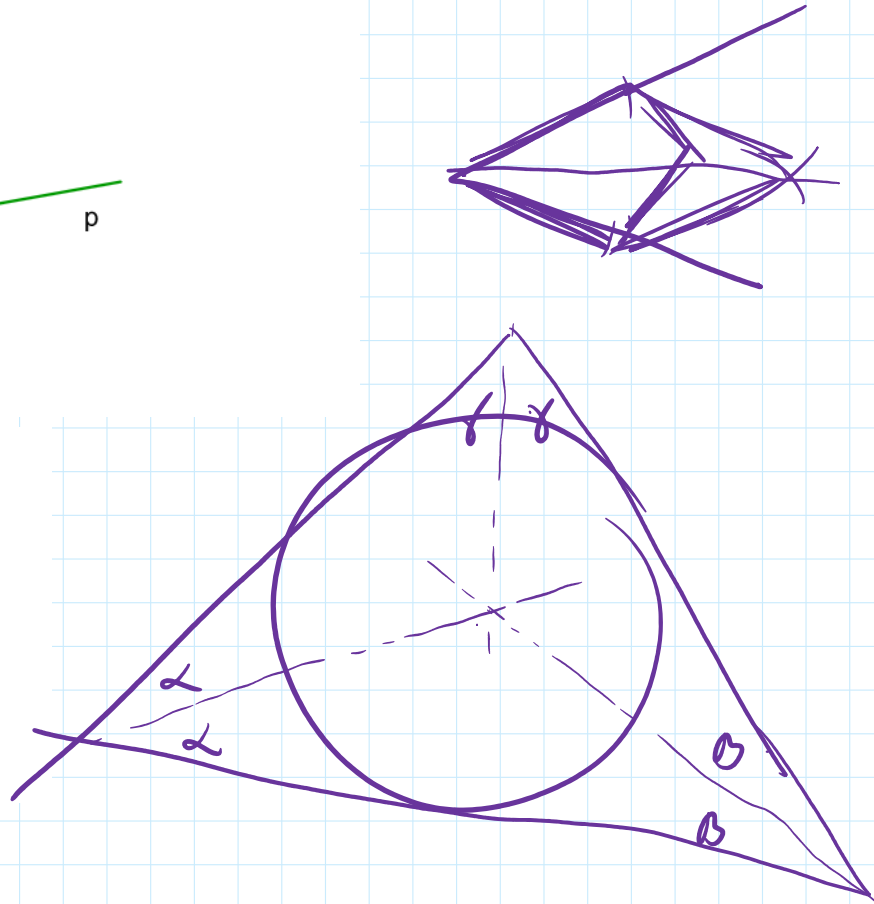
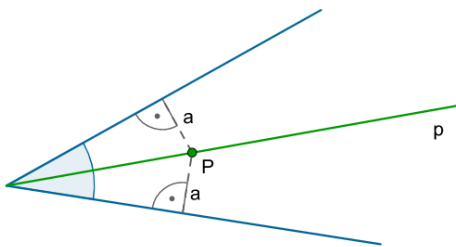
$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 = \underline{\underline{\sqrt{3}}}$$

Definicja: Dwusieczna kąta

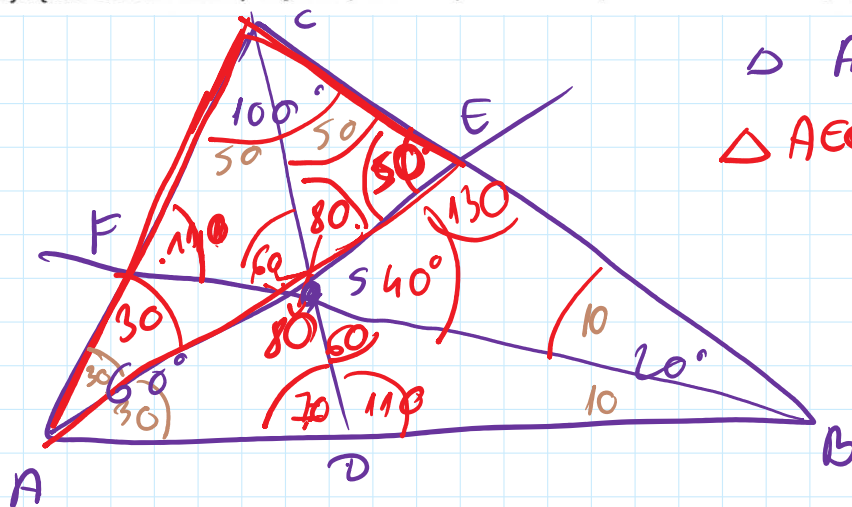
Dwusieczną kąta nazywamy półprostą p o początku w wierzchołku tego kąta, która dzieli ten kąt na dwa kąty o jednakowych miarach.

**Przykład 3**

Dwusieczna kąta jest zbiorem punktów równoodległych od ramion tego kąta.

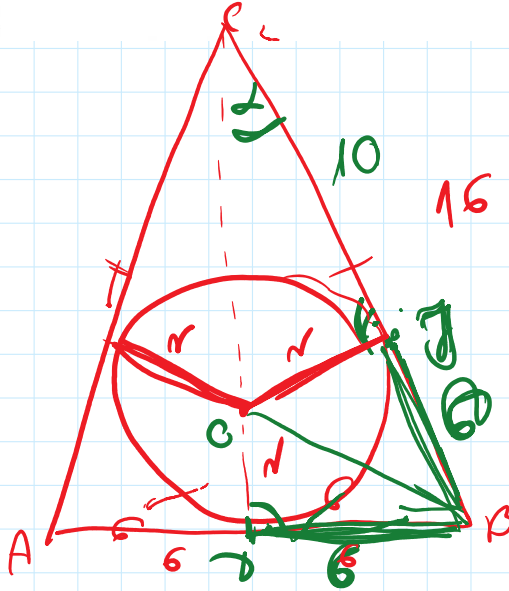


- 4.116. **4.140.** W trójkącie kąty są równe: 20° , 60° , 100° . Poprowadzono dwusieczne kątów tego trójkąta. Oblicz miary kątów powstałych w ten sposób sześciu trójkątów.

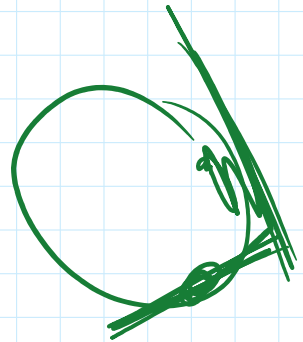


$\triangle ADS: 30^\circ;$
 $\triangle AEC$

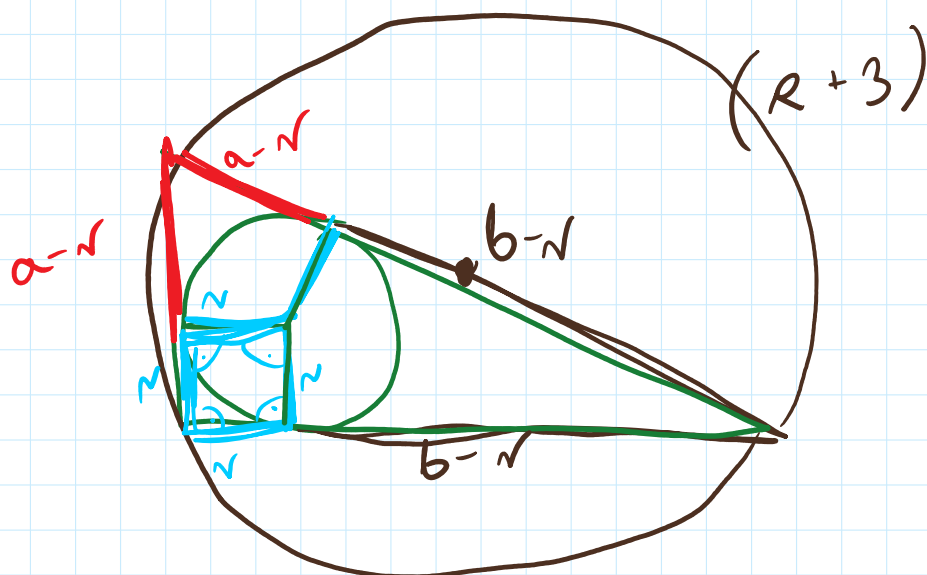
- 4.121. **4.145.** W trójkąt równoramienny ABC wpisano okrąg. Wiedząc, że $|AC| = |BC| = 16$ cm oraz $|AB| = 12$ cm, oblicz długości odcinków, na jakie punkt styczności podzielił bok AC .



$$h = \sqrt{10 \cdot 12} = 2\sqrt{30}$$



$$\triangle COJ \sim \triangle CBD$$

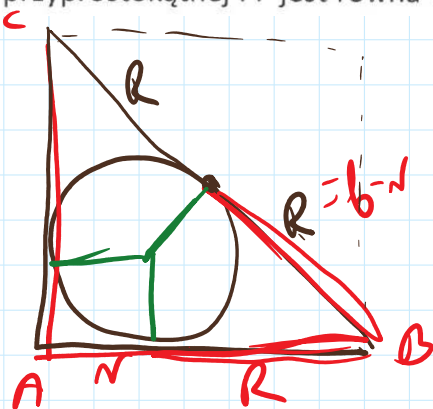


4.124. **4.148.** Wyznacz promień r okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny równoramienny, jeśli:

- a) promień okręgu opisanego na tym trójkącie jest równy 3,
 b) różnica długości przyprostokątnej i r jest równa $1 + \sqrt{2}$.

$$R=3$$

$$R=3$$



$$b-n=R$$

$$2 \cdot (n+3)^2 = (2 \cdot 3)^2 = 36$$

$$(n+3)^2 = 18$$

$$\begin{aligned} n+3 &= 3\sqrt{2} \vee n+3 = -3\sqrt{2} \\ n &= 3\sqrt{2}-3 \vee n = -3\sqrt{2}-3 \end{aligned}$$

148 - 155 me jęł ~