

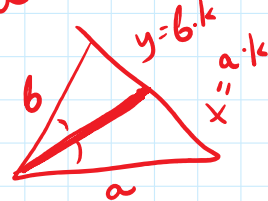
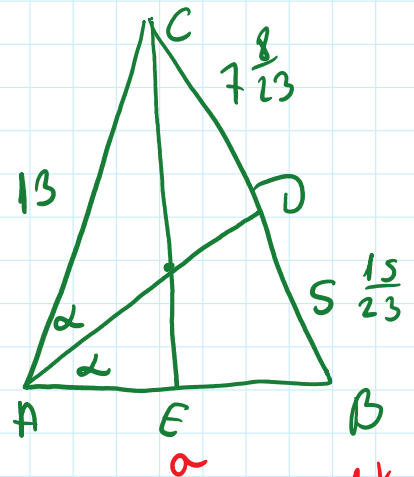
28. W trójkącie równoramiennym poprowadzono dwusieczną kąta przy podstawie, która podzieliła przeciwległe ramię na odcinki długości: $7\frac{8}{23}$ oraz $5\frac{15}{23}$ – kolejno od wierzchołka między ramionami trójkąta. Oblicz:

- ✓ a) długość podstawy,
- ✓ b) promień okręgu opisanego na tym trójkącie,
- ✓ c) promień okręgu wpisanego w ten trójkąt.

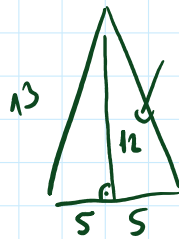
$$2 \text{ TU o dr.} \Rightarrow \frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} \Leftrightarrow \frac{5 \cdot \frac{15}{23} + 15}{\frac{7 \cdot \frac{8}{23} + 7}{23}} = \frac{a}{13}$$

$$a = \frac{130,15}{169} = 13^* = 10$$

$$\frac{13^2 \cdot a}{23} = \frac{130 \cdot 15}{23}$$



R ①



$$P = \frac{1}{2} a \cdot h$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 12 = 60$$

$$\triangle ABC \quad R = \frac{1}{2} c$$

$$\triangle ABC \quad R = \frac{1}{3} h$$

$$P = \frac{abc}{4R}$$

$$P = r \cdot p$$

$$p = \frac{1}{2}(a+b+c)$$

b)

$$60 = \frac{13^2 \cdot 10}{4R}$$

$$24R = 13^2$$

$$R = \frac{13^2}{24}$$

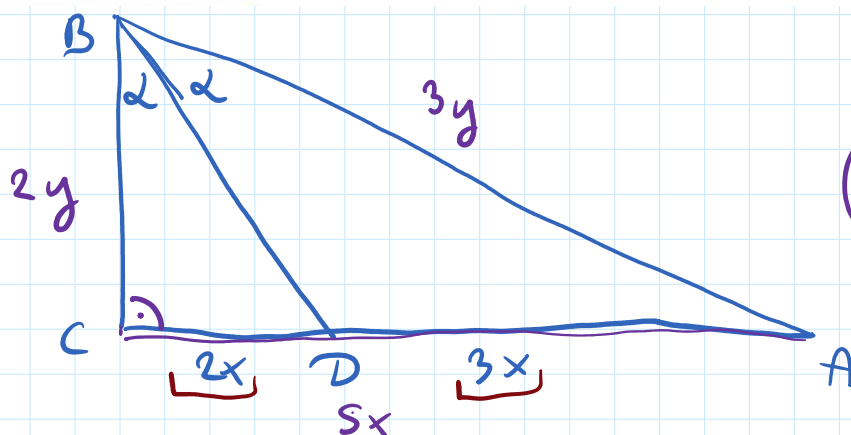
c) $p = \frac{1}{2}(2 \cdot 13 + 10) = 18$

$$60 = r \cdot 18$$

$$r = 3\frac{1}{3}$$

(40)

D 40. W trójkącie prostokątnym dwusieczna kąta ostrego dzieli przeciwległy bok w stosunku 2 : 3. Wykaż że stosunek promienia okręgu wpisanego w ten trójkąt do promienia okręgu opisanego na tym trójkącie jest równy $\frac{\sqrt{5}-1}{3}$.



$$T: \frac{\pi}{R} = \frac{\sqrt{5}-1}{3}$$

(D)

$$x > 0 \\ y > 0$$

$$D: \text{ z TU o du. } \Rightarrow \frac{CD}{DA} = \frac{BC}{BA} \Rightarrow \frac{2x}{3x} = \frac{BC}{BA}$$

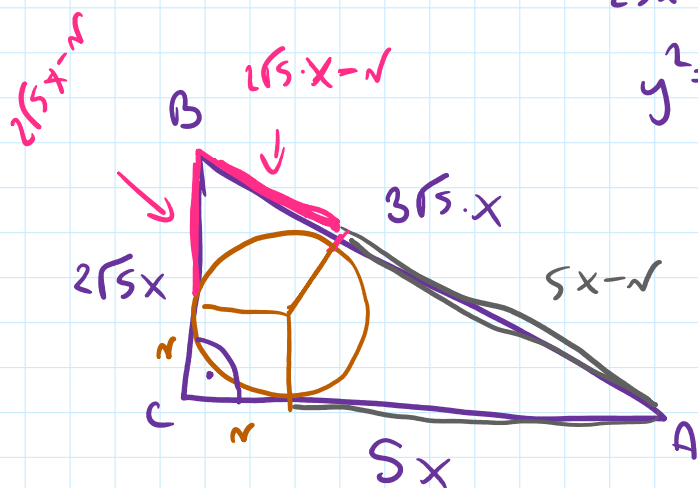
$$\text{ z TU Pit. dla } ABC \Rightarrow (5x)^2 + (2y)^2 = (3y)^2$$

$$(5x)^2 = 9y^2 - 4y^2$$

$$25x^2 = 5y^2$$

$$y^2 = 5x^2$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{5}x \quad \text{or} \quad y = -\sqrt{5}x$$



$$3\sqrt{5}x - (2\sqrt{5}x - r) = 5x - r$$

$$\sqrt{5}x + r = 5x - r$$

$$2r = 5x - \sqrt{5}x$$

$$r = \frac{5 - \sqrt{5}}{2} x$$

$$R = \frac{3\sqrt{5}}{2} x$$

$$\frac{r}{R} = \frac{\frac{5 - \sqrt{5}}{2} x}{\frac{3\sqrt{5}}{2} x} = \frac{5 - \sqrt{5}}{3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5} - 1}{3}$$

$$\frac{R}{2} = \frac{\frac{5-15}{2} \times}{\frac{3\sqrt{5}}{2} \times} = \frac{5-\sqrt{5}}{3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}-1)}{3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}-1}{3}$$

cmd
vp. —