

6.108. W trójkącie ABC mamy dane: $|AC| = 3\sqrt{3}$, $|BC| = 3$ oraz $|\angle BAC| = 30^\circ$. Oblicz miary pozostałych kątów trójkąta.

6.109. W trójkącie ABC mamy dane: $|AB| = 12$, $|BC| = 6\sqrt{2}$, $|AC| = 6(1 + \sqrt{3})$ oraz $|\angle BAC| = 30^\circ$. Oblicz miary pozostałych kątów trójkąta.

6.110. W trójkącie ostrokątnym ABC tangens kąta przy wierzchołku C jest równy $\frac{2\sqrt{5}}{5}$, a bok przeciwległy temu kątowi ma długość 12 cm.

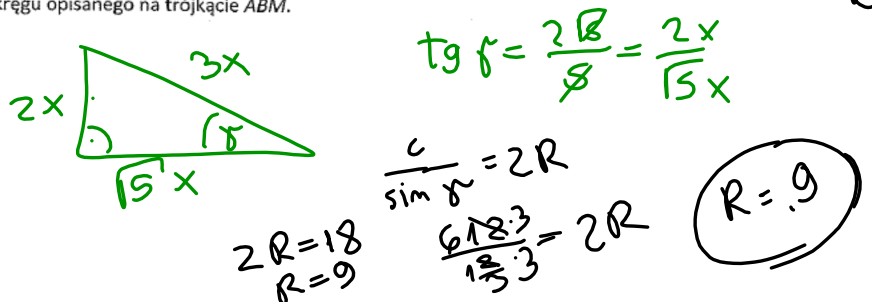
- a) Oblicz promień koła opisanego na tym trójkącie.
 b) W trójkącie ABC poprowadzono wysokości AE i BF , które przecięły się w punkcie M . Wykaż, że promień okręgu opisanego na trójkącie ABC jest równy promieniowi okręgu opisanego na trójkącie ABM .

6.111. Dane są dwa trójkąty ABC oraz $A_1B_1C_1$ takie, że $\alpha = \alpha_1$ oraz $\beta + \beta_1 = 180^\circ$. Wykaż, że $\frac{|AC|}{|BC|} = \frac{|A_1C_1|}{|B_1C_1|}$.

paź 13-07:22

6.110. W trójkącie ostrokątnym ABC tangens kąta przy wierzchołku C jest równy $\frac{2\sqrt{5}}{5}$, a bok przeciwległy temu kątowi ma długość 12 cm.

- a) Oblicz promień koła opisanego na tym trójkącie.
 b) W trójkącie ABC poprowadzono wysokości AE i BF , które przecięły się w punkcie M . Wykaż, że promień okręgu opisanego na trójkącie ABC jest równy promieniowi okręgu opisanego na trójkącie ABM .



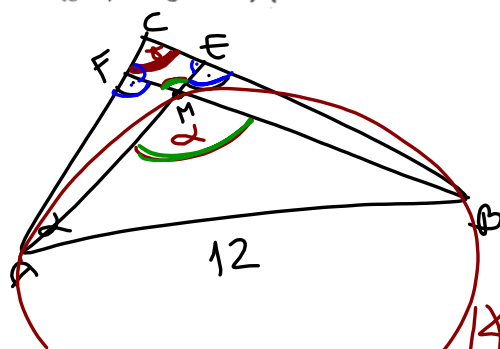
paź 13-07:36

$$\begin{aligned} \tan \gamma &= \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{\sin \gamma}{\cos \gamma} \quad (k \neq 0) \\ \sin \gamma &= 2\sqrt{5} \cdot k = \frac{2\sqrt{5}}{3\sqrt{5}} = \frac{2}{3} \\ \cos \gamma &= 5 \cdot k = \frac{5}{3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{3} \end{aligned}$$

$$45k^2 = 1 \quad k = \frac{1}{3\sqrt{5}} \vee k = -\frac{1}{3\sqrt{5}}$$

paź 13-07:39

- b) W trójkącie ABC poprowadzono wysokości AE i BF , które przecięły się w punkcie M . Wykaż, że promień okręgu opisanego na trójkącie ABC jest równy promieniowi okręgu opisanego na trójkącie ABM .



$$R_{ABC} = R$$

$$2R \sin \angle ABM \Rightarrow$$

$$\frac{12}{\sin \alpha} = 2R_2$$

$$|FM| = 2 \text{ (bo nie.)}$$

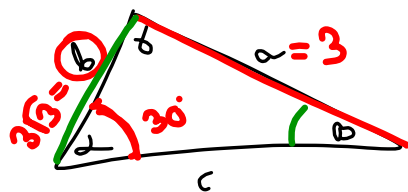
$$\alpha + \gamma = 180^\circ$$

$$\alpha = 180 - \gamma$$

$$\sin \alpha =$$

paź 13-07:51

6.108. W trójkącie ABC mamy dane: $|AC| = 3\sqrt{3}$, $|BC| = 3$ oraz $|\angle BAC| = 30^\circ$. Oblicz miary pozostałych kątów trójkąta.

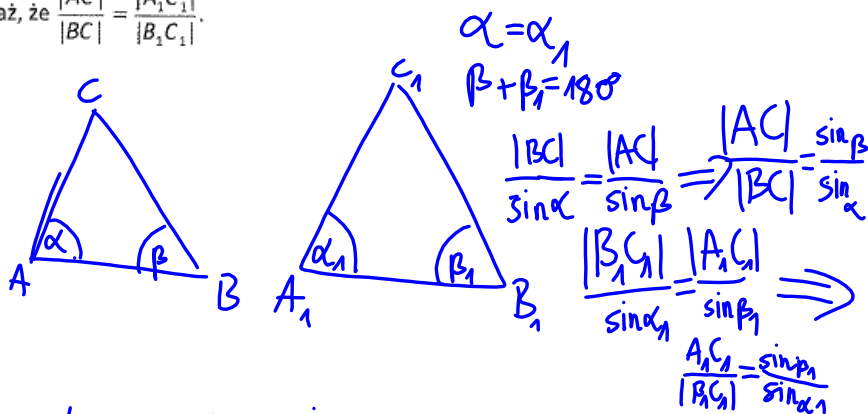


$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

paź 13-07:34

6.111. Dane są dwa trójkąty ABC oraz $A_1B_1C_1$ takie, że $\alpha = \alpha_1$ oraz $\beta + \beta_1 = 180^\circ$.

Wykaż, że $\frac{|AC|}{|BC|} = \frac{|A_1C_1|}{|B_1C_1|}$.



$$\alpha = \alpha_1 \Rightarrow \sin \alpha = \sin \alpha_1$$

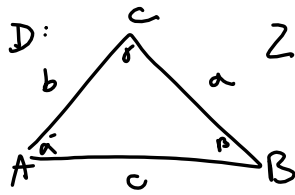
$$\beta_1 = 180^\circ - \beta \Rightarrow \sin \beta_1 = \sin(180^\circ - \beta) \Rightarrow \sin \beta_1 = \sin \beta$$

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{\sin \beta_1}{\sin \alpha_1} \Rightarrow \frac{|BC|}{|AC|} = \frac{|B_1C_1|}{|A_1C_1|} \text{ C.N.D.}$$

paź 13-07:36

6.112. Wykaż, że jeżeli w trójkącie ABC prawdziwa jest równość $\frac{|BC|}{|AC|} = \sqrt{2}$, to $\cos^2 \alpha = 2\cos^2 \beta - 1$.

T: $\cos^2 \alpha = 2\cos^2 \beta - 1$



Z: $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \Leftrightarrow \sqrt{2} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{2} \cdot \sin \beta$$

$$\sin^2 \alpha = 2 \sin^2 \beta$$

P: $\underline{2\cos^2 \beta - 1} = 2(1 - \sin^2 \beta) = 2 - 2\sin^2 \beta - 1$

$$= 2 - \sin^2 \alpha - 1 = 1 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha \quad \text{end}$$

$$1 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$$

$$\underline{\cos^2 \beta - 1 - \sin^2 \beta}$$

paź 13-08:15

6.113. Wykaż, że jeśli α, β są miarami dwóch kątów trójkąta, a R jest promieniem okręgu opisanego na tym trójkącie, to obwód trójkąta jest równy $2R \cdot [\sin \alpha + \sin \beta + \sin(\alpha + \beta)]$.

T: $Obw = 2R \cdot [\sin \alpha + \sin \beta + \sin(\alpha + \beta)]$

Obw = $a + b + c$

$$|X| = 180^\circ - \alpha - \beta \Rightarrow \sin_X = \sin(180^\circ - \alpha - \beta) = \sin(\alpha + \beta)$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin(\alpha + \beta)} = 2R \Rightarrow$$

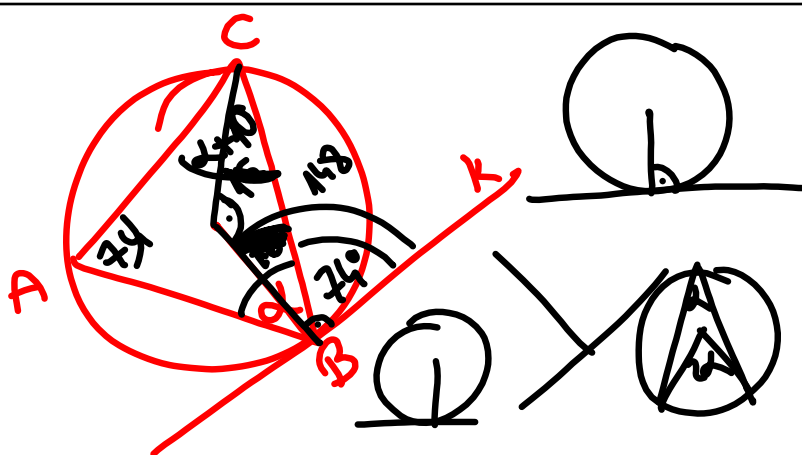
$$a = 2R \cdot \sin \alpha \wedge b = 2R \cdot \sin \beta \wedge c = 2R \cdot \sin(\alpha + \beta)$$

$$Obw = 2R \cdot \sin \alpha + 2R \cdot \sin \beta + 2R \cdot \sin(\alpha + \beta) = 2R [\sin \alpha + \sin \beta + \sin(\alpha + \beta)]$$

paź 13-08:35

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

paź 13-08:43



paź 13-08:45

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$$
$$\frac{d}{b} = \frac{c}{a} \Leftrightarrow da = bc$$

paź 13-08:07